

2T-7

# 時系列解析による一次元セルオートマトンの パターン複雑性評価

西村 治彦

新地 辰朗

兵庫教育大学

## 1 はじめに

セルオートマトン(CA)は計算機理論, 自己増殖系, 数理言語論などとの関連からこれまでも広く研究されてきた. 最近では, 計算機上で取り扱いやすい(時間・空間・状態が全て離散な)大自由度力学系として複雑系の科学や人工生命の分野からも興味深い研究対象となりつつある [1] [2]. 本研究ではCAのダイナミクスを時系列データ解析の立場から動的に評価する方法について報告する. この方法は, これまでのCAの時空間パターンの静的評価やセル間の空間相関に着目するやり方 [1] には見られない有効性をもつ.

## 2 解析方法

1次元2状態 $2r+1$ 近傍CAにおいて, 位置 $i$ のセルの時刻 $t$ での状態(0または1)を $x_i^t$ とすると遷移ルールは

$$x_i^{t+1} = f(x_{i-r}^t, \dots, x_i^t, \dots, x_{i+r}^t)$$

で表される. このときルール $f$ は一般に全部で $2^{2^{2r+1}}$ 個存在する. 我々は, 各セルの刻々の値を成分とする時系列ベクトルデータ

$$X(t) \equiv (x_1^t, x_2^t, x_3^t, \dots, x_n^t) \quad (0 \leq t \leq T)$$

に対して, 以下の量を定義し検討する.

<sup>1</sup>Quantitative evaluation of cellular automaton behaviour based on the methods for time series analysis.

<sup>2</sup>Haruhiko NISHIMURA, Tatsuro SHINCHI

<sup>3</sup>Hyogo University of Teacher Education

### a. 自己相関関数

$$C(k) \equiv$$

$$\langle X(t) \cdot X(t+k) \rangle - \langle X(t) \rangle \cdot \langle X(t+k) \rangle$$

ここで, “ $\cdot$ ” はベクトルの内積を, また $\langle \quad \rangle$  は時間 $t$ に関する平均を表している.

### b. 時系列の粗視化長さ

時系列スカラーデータのフラクタル解析における Higuchi の方法 [3] を拡張し, 時系列ベクトルデータに対して, スケール $k$ で粗視化したときの時系列長さを

$$\langle L(k) \rangle \equiv \frac{1}{k} \left[ \langle \sum_{t=t_0}^{T-k} d(X(t), X(t+k)) \rangle \right] \frac{T}{k}$$

で定義する. ここで $d(X, Y)$  は,  $X$  と  $Y$  のハミング距離  $d(X, Y) = \sum_{i=1}^N |x_i - y_i|$  で与えられる.

$\log \langle L(k) \rangle$  と  $\log k$  の間に直線性がある場合,  $\langle L(k) \rangle \propto k^{-D}$  となり, このとき指数  $D(1 \leq D \leq 2)$  がデータのフラクタル次元を与えることになる.

上記 a, b は,  $X(t)$  の各成分を  $p$  進展開での係数列とみなすマッピング

$$X(t) = \sum_{m=1}^N x_m^t p^{-m}$$

で得られるスカラー量  $X(t)$  に対しても適用可能である. ( $p=1$  のとき  $X(t) = \sum_{m=1}^N x_m^t$  となり, CA の数密度に対応する.)

## 3 解析結果

3近傍( $r=1$ )の場合ルール数は $2^8 = 256$ あるが, 左右及び $0 \leftrightarrow 1$ の置き換えで一致するものを同一視

すると独立なルール数は 88 である. このうち  $X(t)$  が短時間で固定 (一定) または (短) 周期状態に落ち着く単純なもの (クラス 1, 2) を除くと, 実質的な検討対象としては  $X(t)$  の非周期状態が続く 17 ルールということになる.

図 1 の (a),(b) はその中のルール #22 に関する解析結果を図示したものであるが, カオスの傾向がよく現れている. 全体の解析を通して, 一言で非周期といってもその動的複雑さにはかなりの違いが存在することが確認できた.

図 2 の (a),(b) はルール #110 に関する解析結果であるが, 時系列の粗視化スケール  $k$  に対して明らかに 2 つの構造が存在する. その具体的な構造を図 3 の (a),(b) の粗視化パターン図例に示した. 同様の傾向はルール #54 にも認められる ( $D = 2.05, D = 1.75$ ).

3 近傍ルールではこの #54 と #110 だけがクラス 1, 2 (秩序相) とクラス 3 (カオス相) の中間に位置するクラス 4 の候補であると指摘 [4] されており, 違う不規則性をもつ時系列構造の重ね合せとしてそれが捉えられたことは興味深い.

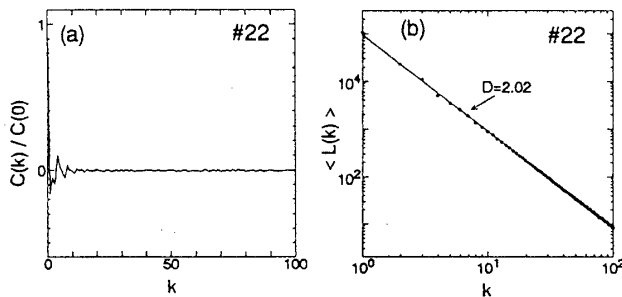


図 1. #22 の時系列解析 ( $N = 200, T = 1000$ ). (a) 自己相関, (b) フラクタル解析 (相関係数  $r = 0.999$ ).

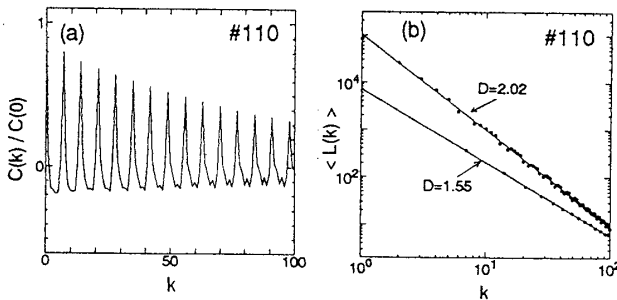
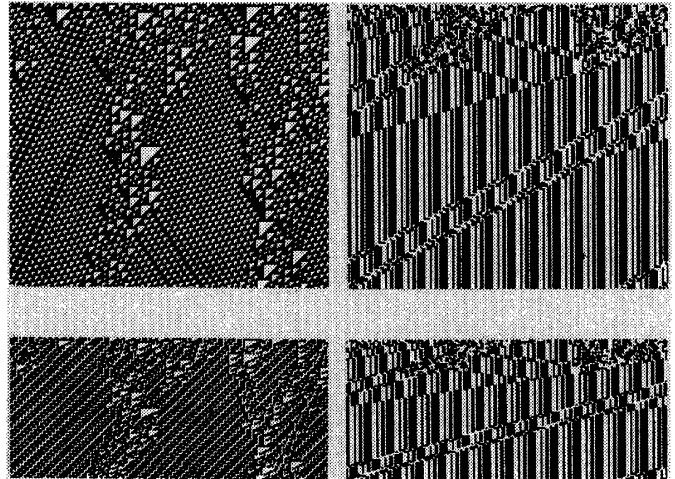


図 2. #110 の時系列解析. (a) 自己相関, (b) フラクタル解析.



(a) (b)

図 3. #110 の粗視化パターン図. (a)  $D = 2.02$  構造例:  $k = 1$  (上図),  $k = 2$  (下図), (b)  $D = 1.55$  構造例:  $k = 7$  (上図),  $k = 14$  (下図).

#### 4 おわりに

本稿では 3 近傍 ( $r = 1$ ) ルールの場合の解析結果について述べた. 今後 5 近傍 ( $r = 2$ ) ルール等にも検討範囲を広げることによって, クラス 4 と時系列構造多重性の関係がさらに明確にできるものと考えられる. また, セルのとる状態が 3 状態以上の場合にもここでの解析方法は適用可能 (距離  $d$  の定義変更) であり, “Edge of Chaos” を論ずる際の Langton のルールパラメータ  $\lambda$  [2] との関連も議論できそうである.

#### 参考文献

- [1] S.Wolfram, ed.: "Theory and Applications of Cellular Automata", World Scientific (1986).
- [2] C.G.Langton, ed.: "Artificial Life II", Addison - Wesley (1992).
- [3] T.Higuchi: "Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory", Physica D, 31(1988)277-283.
- [4] W.Li and N.Packard: "The Structure of the Elementary Cellular Automata Rule Space", Complex Systems, 4(1990)281-297.