

# 制約充足テクニックを用いた移動体通信の周波数割当問題の解法

横尾 真<sup>†</sup> 平山 勝敏<sup>††</sup>

本論文では移動体通信の周波数割当問題を、制約充足テクニックを用いて解く新しい手法を提案する。本手法の特徴は以下のとおりである：1) 各要求を変数として表現するのではなく、同じセルに属する複数の要求をとりまとめて、非常に大きな領域を持つ1つの変数として表現し、この変数の値を段階的に決定する、2) フォワードチェックングを取り入れた分枝限定法による探索を行う、3) セルの順序付けに強力なヒューリスティクスを用いる、4) limited discrepancy 探索のような最新の探索手法を用いる。標準的なベンチマークを用いた実験的な評価により、本手法により最適解、もしくは最適解に非常に近い準最適解が得られることが示された。得られた解の品質は、ほとんどの場合、既存の焼きなまし法やタブー探索、ニューラルネットワークによる解法と同等か優れている。本研究により、適切な問題の表現およびヒューリスティクスとともに用いられた場合、最新の制約充足テクニックは、現実的な応用問題を解く十分な能力があることが示された。

## Frequency Assignment for Cellular Mobile Systems Using Constraint Satisfaction Techniques

MAKOTO YOKOO<sup>†</sup> and KATSUTOSHI HIRAYAMA<sup>††</sup>

This paper presents a new algorithm for solving frequency assignment problems in cellular mobile systems using constraint satisfaction techniques. The characteristics of this algorithm are as follows: 1) instead of representing each call in a cell (a unit area in providing communication services) as a variable, we represent a cell (which has multiple calls) as a variable that has a very large domain, and determine a variable value step by step, 2) a branch-and-bound search that incorporates forward-checking is performed, 3) a powerful cell-ordering heuristic is introduced, and 4) the limited discrepancy search is introduced to improve the chance of finding a solution in a limited amount of search. Experimental evaluations using standard benchmark problems show that this algorithm can find optimal or semi-optimal solutions for these problems, and most of the obtained solutions are better than or equivalent to those of existing methods using simulated annealing, tabu search, or neural networks. These results show that state-of-the-art constraint satisfaction/optimization techniques are capable of solving realistic application problems when equipped with an appropriate problem representation and heuristics.

### 1. はじめに

移動体通信の急速な普及にともない、周波数の有効利用は非常に重要な研究課題となっている。移動体通信における周波数割当問題(チャンネル割当問題とも呼ばれる)は長い研究の歴史を持ち<sup>1),6),7),14),16)</sup>、これまでに種々の人工知能の技術、たとえば制約充足、焼きなまし法、ニューラルネットワーク、タブー探索、GA等が用いられている<sup>2),4),5),8),11)~13),17),18)</sup>。

本論文で扱う問題の概要は以下のとおりである。移動体通信において用いられる、セルと呼ばれる地域的

に分割された領域(通常六角形)が存在する。これらのセルに、接続要求に応じた周波数を割り当てるが、その際に以下のような制約が存在する。

- 同一チャンネル制約: 同じ周波数は、地域的に近いセルのペアで同時に用いることができない。
- 隣接チャンネル制約: 近傍の周波数は、隣接するセルのペアで用いることはできない。
- 同一サイト制約: 同じセル内で用いられる周波数の間の距離は一定値以上である必要がある。

目的は、なるべく少ない数の周波数(より正確には最小のスペン)で、与えられた制約を満足する解を発見することである。

制約充足問題を解くアルゴリズムのベンチマークとしてよく用いられる例題として EUCLID-project Combinatorial Algorithms for Military Applica-

<sup>†</sup> NTT コミュニケーション科学基礎研究所  
NTT Communication Science Laboratories  
<sup>††</sup> 神戸商船大学  
Kobe University of Mercantile Marine

tions (CALMA project) の周波数割当の例題がある．制約充足のテクニックはこの種の問題に関しては非常に有効である．これらの例題は軍事上の応用事例から得られたもので，各セルに関する要求は1つのみであるという性質を持つ．

一方，文献 17) によれば，本論文で扱うタイプの周波数割当問題では，制約充足のテクニックは，焼きなまし法やタブー探索等の方法と比較してあまり有効ではなかった．制約充足テクニックを用いる最も単純な方法は，各要求を変数として表現し，一般化されたグラフの色塗り問題として解く方法である．しかし，この単純な問題の表現方法では，現実的なサイズの問題を扱うことは難しく，同じセル内の変数に関する対称性をうまく使わないと，問題を効率的に解くことは困難である．本研究のアプローチでは，単純に各要求を変数として表現するのではなく，セルを(非常に多くの値を持つ)変数として表現する．また，この変数の値を一度に決めるのではなく段階的に決定する．

また，不完全制約充足問題等<sup>3)</sup>の制約最適化問題を解く標準的な解法として分枝限定法による探索がある．分枝限定法による探索では，探索中のノードから得られるすべての可能な解に関して，それらの解の品質を楽観的に (admissible に) 推定するヒューリスティック関数が存在することを前提としている．一方，本論文が対象とする周波数割当問題においては，必要な周波数の数の下界値を良い精度で高速に推定することは非常に困難である．本研究では，limited discrepancy 探索を用いて探索の労力を，良い解が存在する可能性の高い領域に限定することにより，ヒューリスティック関数による枝刈りを用いることなく，効率的な探索を可能にしている．

本論文では以下，問題の定義を示し (2 章)，提案する制約充足テクニックを用いた解法について説明する (3 章)．さらに，標準的なベンチマークを用いた実験的な評価を示す (4 章)．最後に，他の研究との関連について議論する (5 章)．

## 2. 周波数割当問題

以下に問題の定義を示す．周波数は自然数  $1, 2, 3, \dots$  で表現される．本論文で示す問題の定義は文献 5), 6), 11), 13), 16), 17) 等で用いられているものに従っている．

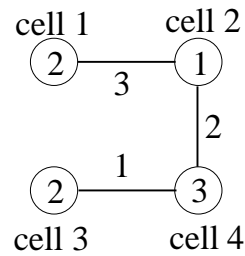


図 1 マクログラフの例

Fig. 1 Example of macro-graph.

Given:  $N$ : セルの個数 .

$d_i, 1 \leq i \leq N$ : セル  $i$  での接続要求の個数

$c_{ij}, 1 \leq i, j \leq N$ : セル  $i$  とセル  $j$  で同時に用いられる周波数のペアの間に必要とされるセパレーションの最小値

Find:  $f_{ik}, 1 \leq i \leq N, 1 \leq k \leq d_i$ : セル  $i$  の  $k$  番目の接続要求に割り当てられた周波数，

such that,

以下の制約の下で

$|f_{ik} - f_{jl}| \geq c_{ij}$ , for all  $i, j, k, l$  except for  $i = j$  and  $k = l$ ,

minimize

$\max f_{ik}$  for all  $i, k$ .

制約は  $N \times N$  の対称行列  $C$  で記述される．接続要求は  $N$  要素の要求ベクトル  $D$  によって表現される．

例題 1. セルの数  $N = 4$ ,

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$f_{ik}$  に，これらの最大値が最小となるように正の整数値を割り当てる．

この例題では 4 つのセルがあり，セル 1 と 2，2 と 4，3 と 4 の間に制約が存在する．

また，周波数割当問題は，グラフを用いて表現することが可能である．図 1 に例題 1 の問題をグラフで表現した例を示す (同一サイト制約はグラフ中に記述されていない)．このグラフにおいて，ノードはセルを，リンクはセル間に制約が存在することを意味する．セル内の数字は要求の個数を，リンクの重みは周波数間の必要な距離を表現している．この表現はマクログラフと呼ばれる<sup>14)</sup>．

この例題と例題の解法に関するテクニカルレポートは <ftp://ftp.win.tue.nl/pub/techreports/CALMA/> から得られる．

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
cell 1						a					a
cell 2			a								
cell 3				a					a		
cell 4	a					a					a

図2 セルの表現の例

Fig. 2 Example of cell representation.

### 3. アルゴリズム

#### 3.1 制約充足アルゴリズム

以下、基本的なアルゴリズムについて説明する。最適化問題を制約充足テクニックを用いて解くために、本論文で提案するアルゴリズムでは、まず使用可能な周波数の個数  $M$  を適当な上界に設定し、その範囲で可能な割当てをバックトラッキング探索により求める。制約を満足する割当てが見つかったら、 $M$  を現在の割当てで用いられている最大の周波数から 1 減らしたものに設定し、探索を続行する。この探索方法は分枝限定法の一つと考えることができるが、ヒューリスティック関数を用いた枝刈りは行わず、あるノードにおいて、現在の周波数の上限では制約が満足できないことが判明した場合のみ枝刈り（バックトラッキング）が行われる。

本論文で提案するアルゴリズムでは、各セルは  $M$  個の要素を持つベクトルとして表現される。このベクトルの各要素は、セルで対応する周波数が用いられているなら “assigned”，用いられていないなら “not-assigned” の 2 値をとる。図 2 に、例題 1 に対応するベクトルの例を示す。“a” と表示された要素が “assigned”，空白の要素が “not-assigned” である。これは例題 1 の最適解の 1 つとなっている。

この表現を用いた場合、各セルの領域の大きさは  $2^M$  となる。セル内の制約を用いることにより、この個数を減少させることは可能であるが、例題 1 のセル 4 のようにセル内の制約が支配的でない限り、変数の領域の個数は非常に大きくなる。よって、各セルのベクトルの値を一度に決定することは現実的ではなく、本論文で用いるアルゴリズムでは、この値を段階的に決めていくことにする。

ベクトルの各要素に関して、探索途中で用いる暫定的な値を導入する。すなわち、各要素のとりうる値は “assigned”，“free”，“forbidden” の 3 値である。“assigned” はその周波数がセルで用いられていることを，“forbidden” は制約によりその周波数が使用不可能で

#### 基本アルゴリズム

- (1) すべてのセルで割当てが要求が満足されていたら現在の割当てが 1 つの解、手続き reduce-frequency を呼び、(1) に戻る。
- (2) あるセルに関して、要求を満足することができないことが判明した場合は手続きバックトラックを呼び、(1) に戻る。
- (3) セル順序付けヒューリスティックにより、まだ要求が完全に満足されていない cell を選択。
- (4) 周波数順序付けヒューリスティックにより、cell の 1 つの要求に割り当てる周波数 frequency を決定する。value(cell, frequency) を “assigned” にする。“choice”, cell, frequency をスタックに積む。cell の frequency と干渉するすべてのセル  $i$  の、すべての周波数  $j$  に関して、value( $i, j$ ) = “forbidden” とする。(1) に戻る。

図3 基本アルゴリズム

Fig. 3 Basic algorithm.

あること，“free” は利用可能であることを示す。初期値は “free” である。

この問題の表現方法の、各要求を変数として表現する方法に対する優位性は以下のとおりである。各要求を変数として表現した場合、同じセルに属する複数の要求に関する制約はまったく同一である。これらの変数を入れ替えたものは、実際には同一の割当てであり、これらを重複して探索することは無駄である。たとえば、セル 1 に接続要求 1, 2 が存在する場合、これらを変数  $x_1, x_2$  と表現すると、 $x_1$  に 1 を割り当て、 $x_2$  に 6 を割り当てた解と、 $x_1$  に 6 を割り当て、 $x_2$  に 1 を割り当てた解は実際には同じものであり、これらを重複して探索することは無駄である。一方、本論文で用いる問題の表現によれば、これらはどちらも、cell 1 に対応するベクトルの、1 番目と 6 番目の要素を “assigned” にしたものであり、重複した探索は行われない。

基本となるアルゴリズムを図 3 に、基本アルゴリズムから呼ばれる手続きを図 4 に示す。アルゴリズム中の frequency, flag, cell は一時的に値を格納するための変数であり、value( $i, j$ ) は、 $i$  番目のセルの、 $j$  番目のベクトルの要素の値を示す。初期状態では、すべての  $i, j$  に関して value( $i, j$ ) は “free”，スタックは空である。

このアルゴリズムはフォワードチェック<sup>9)</sup>と呼ばれる制約伝播手法を用いた分枝限定法の一つであり、セル順序付けヒューリスティック、周波数順序付けヒューリスティックが網羅的である限り、十分な時間を費やせば最適解が得られることは自明である。最悪ケースの計算量は、周波数の上限の初期値を  $M_{init}$ ,  $S = \sum_{i=1}^N d_i$  とすると  $O(M_{init}^S)$  となる。周波数の上限の初期値

手続きバックトラック

- (1) スタックが空ならアルゴリズムを終了し, *best-solution*を返す.
- (2) スタックの一番上の要素 (*flag, cell, frequency*) を取り出す.
- (3) *flag*="choice"なら, *value(cell, frequency)* を "forbidden" にし, forward-checking による制約伝播を元に戻し, ("forbidden", *cell, frequency*) をスタックに積み, 処理を終了する.
- (4) *flag* = "forbidden" なら, *value(cell, frequency)* を "free" にし, (1) に戻る.

手続き reduce-frequency

- (1) 現在の割当てを *best-solution* に記録.
- (2) 現在の割当ての最大の周波数を *max-frequency* とする.
- (3) *max-frequency* を用いているセルが存在しなければ, すべてのセル *i* の,  $j \geq \text{max-frequency}$  なる周波数 *j* に関して, *value(i, j)* を "forbidden" にし,  $M = \text{max-frequency} - 1$  とし, 処理を終了する.
- (4) スタックの一番上の要素 (*flag, cell, frequency*) を取り出す.
- (5) *flag* = "choice" なら *value(cell, frequency)* を "free" にし, 制約伝播を元に戻し, (3) に戻る.
- (6) *flag* = "forbidden" なら, *value(cell, frequency)* を "free" にし, (3) に戻る.

図4 基本アルゴリズムから呼ばれる手続き

Fig.4 Procedures called from basic algorithm.

$M_{init}$  は, 文献 16) に示されているような, ヒューリスティックを用いたシーケンシャルな方法で求めることが可能である. この方法は, 探索を行わない決定的な処理であり, 探索を行う手法よりもはるかに高速であるが, 得られる解の品質はあまり良くない.

3.2 セルの順序付けヒューリスティック

まず, 基本アルゴリズム (3) の, セルの順序付けのヒューリスティックについて説明する. 制約充足問題でよく用いられるヒューリスティックとして, 最も強く制約されている変数から値を決定するというものがある. たとえば, 各変数に関して, 制約伝播の結果, 残された領域が最も小さいものから値を決定する等である. このヒューリスティックを単純に拡張すると, 各セルに関して, 各要求に対する平均の利用可能な周波数の個数を用いることが考えられる. すなわち, セル *i* に関して, "assigned" の個数を *assign<sub>i</sub>*, "free" である個数を *free<sub>i</sub>* と記述した場合, 各セルに関して  $free_i / (d_i - assign_i)$  を計算し (この値を average available frequency, AAF と呼ぶ), これが小さいセルを優先して選択する. たとえば, 例題 1 で利用可能な周波数の個数が 11 の場合の初期状態では, AAF はセル 1, 3 は 11/2, セル 2 は 11, セル 4 は 11/3 であるため, セル 4 が選択される.

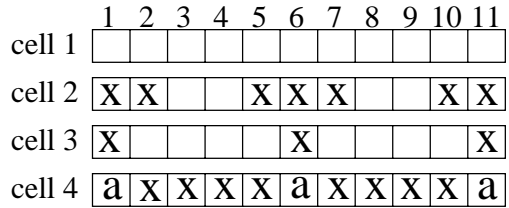


図5 探索途中でのセルの状態

Fig.5 Cell status during search process.

しかしながら, 実験を行った結果, このヒューリスティックのみではあまり効率的な探索はできないことが判明した. AAF ヒューリスティックでは, 探索の初期において, 単に要求の多いセルから周波数割当てを行うことになり, セル間の制約の強さに対する考慮が十分でない. たとえば, 図 5 に示す, セル 4 の 3 つの要求に周波数を割り当てた後の状態を考えよう. 図中の "x" は "forbidden" となっている要素を示す. ここで, セル 2 とセル 3 は, ともに AAF は 4 である. しかしながら, セル 3 はセル 4 との間以外に制約はなく, この時点でセル 3 に値を割り当てることにはあまり意味がない.

一方, グラフの色塗り問題で非常に有効であることが示されているヒューリスティックとして, すでに値が割り当てられているノードとの間のリンクの個数をカウントし, それが最大になるノードから値を割り当てるといったものがある. 本論文では, 周波数割当問題で類似の効果を得るため, 以下のような評価値を導入する. すなわち, 各セル *i* に関して, 以下の評価値を計算する. この評価値を generalized weighted degree (GWD) と呼ぶ.

$$\sum_j c_{ij} \times (assign_j + 1)$$

この値は, セル *i* に接続しているリンクに関して, リンクの重みに, リンクで結ばれた先のセルの assigned の個数に 1 を加えたものを乗じて合計したものである. GWD を用いたヒューリスティックでは, GWD が大きいセルを優先して選択する. たとえば, 図 5 の状況では, セル 2 の GWD は 11, セル 3 の GWD は 4 であるため, セル 2 が選択される. しかしながら, 実験を行った結果, GWD ヒューリスティックのみでは, やはりあまり効率的な探索はできないことが判明した. GWD ヒューリスティックでは要求の個数を無視しており, 探索の後期において決定の品質が低い.

*assign<sub>j</sub>* に 1 を加えるのは, 初期状態で値が 0 になることを防ぐためである.

このため、これらのヒューリスティックスを組み合わせて用いることとする。AAFは小さい方、GWDの評価値は大きい方が優先となるため、単純にAAF/GWDを評価値として用い、これが小さいものから選択を行うことにする。AAFは、各セルに対する、過去の決定が与えている影響を意味しており、GWDは各セルの1つの要求に周波数を割り当てることの、未来に対する影響を意味していると考えられる。

### 3.3 周波数の順序付けヒューリスティック

以下、基本アルゴリズムの(4)における周波数の順序付けのヒューリスティックに関して説明する。最も単純には、割当て可能な最小の周波数を選択する方法(first-free)が考えられる。もう少し複雑な方法として、その周波数を使用した場合に、他のセルに対する影響、すなわち制約伝播の結果、“free”から“forbidden”になるベクトルの要素の個数の合計を用いること(least-impact)が考えられる(タイプブレークは小さい周波数優先)。可能な周波数の個数が多い場合、すべての割当て可能な周波数に関して、この計算を行うことはコストがかかる処理となる。しかしながら、セル内の制約を用いることにより、周波数の候補を絞ることができる。たとえば、例題1で、可能な周波数の数が11である場合、セル4に最初に割り当てる周波数を決定する際には、3つの要求があることから、3番目の要求に周波数11を用いると仮定すると、2番目の要求に関しては6より大きい周波数を用いることはできない。2番目の要求に周波数6を用いるとすると、最初の要求に関しては、1以外の周波数を用いることができないことが判明する。

実験の結果、least-impactの方が、first-freeよりも与えられた上限内で解を求める能力は高いが、与えられた上限まで周波数を使いきってしまう傾向が強いという結果が得られた。このため、後述するlimited discrepancy探索を用いて、まずfirst-freeヒューリスティックを用いて0-discrepancy探索で探索を行い、first-freeヒューリスティックでは解が得られなくなった時点でleast-impactヒューリスティックを用いた探索に移行することとする。

### 3.4 探索範囲の限定

基本アルゴリズムは十分な時間が与えられれば網羅的な探索を行い、最適解を求めることができるが、大規模な問題では網羅的な探索を行うことは現実には不可能であり、解が得られる可能性が高い範囲に探索の努力を限定する必要がある。このような探索範囲を限定する方法として、limited discrepancy探索がある<sup>10)</sup>。

limited discrepancy探索では、ある種の評価関数を用いてヒューリスティックな選択を行う場面において、最初は最善の選択のみで探索を行い(これを0-discrepancy探索と呼ぶ)、それで解が得られなければ、1回だけ最善と思われた選択ではなく、他の選択を行うことを許して探索を行う(1-discrepancy探索)。それで解が得られなければ、2回だけ他の選択を行うことを許して探索を行う(2-discrepancy探索)というように、段階的に最善の選択からの解離の回数を増やして探索を行う。

文献10)では二分木を前提としたアルゴリズムが示されているが、このアルゴリズムを一般の木に適用する場合には、文献10)に示されているようにいくつかの可能性が考えられる。1つの方法は、1-discrepancy探索が最善以外のすべての選択肢に関する探索を含むようにする方法であるが、周波数割当問題では変数の領域が膨大であるため、この方法は非現実的である。もう1つの方法として、1-discrepancy探索は次善の選択を1回のみ許し、2-discrepancy探索は次善の選択を2回、もしくは3番目に良い値を1回のみ選ぶことを許すというように、最善値からの解離に重み付けをする方法である。本論文ではこの重み付けをする方法を採用することとする。

また、前述のleast-impactに基づく値の選択のヒューリスティックは、探索木の深いレベルにおいては非常に有効ではあるが、探索の初期においてはあまり情報が得られない。このため、このヒューリスティックによる値の決定の品質は、深いレベルのノードでは良いが、浅いレベルのノードではあまり良くないことが予想される。このため、文献19)に示されているdepth-bounded limited discrepancy探索の変形を用いる。すなわち、ある一定の閾値以下の深さのみにおいて、最善値からの解離を許す。本論文で用いたアルゴリズムでは、discrepancyが可能な探索木の深さの閾値は固定とし、可能なdiscrepancyの回数を、0から段階的に増加させることとする。また、深いレベルでの値の選択の失敗からの復帰を可能にするため、文献19)に示されている深さ限定のバックトラッキングの変形を用いる。文献19)では、バックトラッキングを行う深さを限定する方法が示されているが、周波数割当問題ではノードによって分枝の数が大きく異なるため、一定の深さでのバックトラッキングを行うと、各ノードから探索される部分木の大きさが、ノードによって大きく異なることが予想される。このため、探索される部分木でのバックトラッキングの総数に一定の制限を設けることとする。すなわち、アルゴリズム

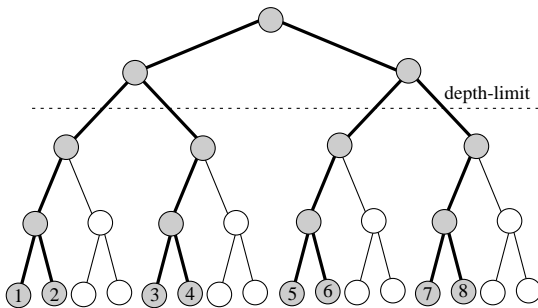


図6 限定バックトラッキングを導入した limited discrepancy 探索

Fig. 6 Limited discrepancy search with bounded backtracking.

は部分木で一定の回数のバックトラッキングを行うことが許されるが、上限を超えた場合はその部分木に関する探索は中断される。

本論文で提案する探索手法によって探索されるノードの具体例を図6に示す。ヒューリスティックにより、つねに左側のノードが選好されるとする。また、この探索木中には解が存在しないと仮定する。また、discrepancy が許される深さの上限を2、部分木でのバックトラッキングの回数上限は1であるとする。最初の0-discrepancy 探索では、アルゴリズムは左の分枝をたどってノード1を探索する。これは望む解ではなく、アルゴリズムは1回に限りバックトラッキングを実行可能なので、ノード2を探索する。これは望む解ではなく、すでにバックトラッキングの回数は上限に達しているため、探索を中断し、discrepancy の個数を1増加する。次の1-discrepancy 探索では、アルゴリズムは最初は左の分枝をたどり、次に右の分枝を選んでノード3、ノード4を探索する。注意すべき点は、discrepancy は深さが2以内のノードにおいてのみ許されていることである。アルゴリズムはこの部分木に関する探索を中断し、ノード5とノード6を探索する。次の2-discrepancy 探索ではノード7とノード8が探索される。

#### 4. 評価

まず、文献4)~6)、11)、16)、17)等で作られている標準的なベンチマークであるフィラデルフィア問題を用いて評価を行う。この問題はアメリカ、ペンシルバニアのフィラデルフィア周辺のエリアに基づいて作られたものであり、図7に示すような21のセルが存在する。各セルでの要求の数、制約の設定に関して様々なバリエーションがある。本論文で用いる例題のパラメータ設定を表1にまとめる。表中のNcは、隣接す

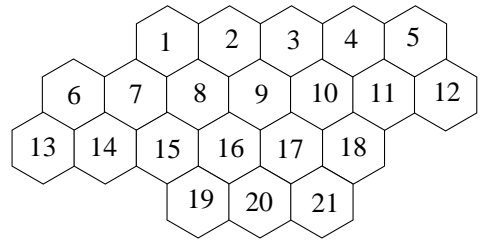


図7 フィラデルフィア問題でのセルの配置  
Fig. 7 Cellular geometry of Philadelphia Problems.

表1 フィラデルフィア問題のパラメータ  
Table 1 Specifications for Philadelphia Problems.

Instance	Nc	acc	$c_{ii}$	Demand Vector
P1	12	2	5	case 1
P2	7	2	5	case 1
P3	12	2	7	case 1
P4	7	2	7	case 1
P5	12	2	5	case 2
P6	7	2	5	case 2
P7	12	2	7	case 2
P8	7	2	7	case 2
P9	12	2	5	case 3
P10	12	2	5	case 4

るセルの中心間の距離を1として、同じ周波数が使用可能となるために必要なセル間の最小距離の二乗を示している。すなわちNc=12の場合には、セル間の距離が $\sqrt{12}$ 以上のペア、たとえばセル1とセル5は同じ周波数が使用可能であるが、セル1とセル10では不可能である。accは隣接チャネル制約で必要とされる距離、 $c_{ii}$ は同一サイト制約で必要とされる距離を示す。

表中の要求ベクトルの内容は以下のとおりである。case3、case4はcase1の要求をそれぞれ2倍、4倍としたものである。

case 1: (8 25 8 8 8 15 18 52 77 28 13 15 31 15 36 57 28 8 10 13 8)

case 2: (5 5 5 8 12 25 30 25 30 40 40 45 20 30 25 15 15 30 20 20 25)

case 3: (16 50 16 16 16 30 36 104 154 56 26 30 62 30 72 114 56 16 20 26 16)

case 4: (32 100 32 32 32 60 72 208 308 112 52 60 124 60 144 228 112 32 40 52 32)

筆者の知る限りでは、フィラデルフィア問題に関する最も良い評価結果はFASoft<sup>11),17)</sup>および文献4)で得られている。FASoftは周波数割当問題を解く様々な解法を統合したパッケージであり、ヒューリスティクスを用いたシーケンシャルな解法、制約充足テクニックを用いた解法、焼きなまし法、GA、タブー探索等

表 2 解の品質の比較 (フィラデルフィア問題)

Table 2 Comparison of solution quality (Philadelphia Problems).

Instance	Lower Bound	CS	TS	SA	SE	NN
P1	427	427	429	429	460	427
P2	427	427	430	439	447	427
P3	533	533	...	...	536	533
P4	533	533	...	...	533	533
P5	258	261	270	261	283	258
P6	253	258	258	260	270	258
P7	309	309	...	...	310	309
P8	309	309	...	...	310	309
P9	856	857	859	859	...	...
P10	1714	1714	1725	1725	...	...

がインプリメントされている．文献 11), 17) によれば，焼きなまし法とタブー探索が最も良い結果を得ており，論文にこれらの結果が示されているので，本論文では主にこれらの結果との比較を行う．

表 2 に，理論的な下界値 (文献 11), 16) による)，本解法で得られた最小の周波数 (CS) を示す．この評価では，discrepancy が可能な深さの上限を 10 とし，部分木でのバックトラックの総数の上限を 100 としている．探索するノード数の上限は 10,000 とする．また，周波数の上限の初期値は，セルの順序付けヒューリスティックに基づいて，各セルに順番に，周波数を小さいものから制約を満足するように割り当てていくことによって得ている．

比較のため，文献 11) に示されている焼きなまし法 (SA) とタブー探索で得られた結果 (TS)，および文献 16) に示されている，ヒューリスティックを用いたシーケンシャルな割当方法による結果 (SE)，また，文献 4) によるニューラルネットワークを用いた解法 (NN) の結果を示す (表中の “...” は評価が行われていないことを示す)．

表から分かるように，例題 P1, P2, P3, P4, P7, P8, P10 では最適解が得られており，残りの例題でも下界値との差は非常に小さい．また，P5 以外のすべての例題で，焼きなまし法，タブー探索，ニューラルネットワークを用いた方法で得られた結果よりも同じか，より良い結果が得られている．

さらに，より大規模な問題での本アルゴリズムの性能を調べるため，文献 4), 12) に示されているキムのベンチマークと呼ばれる例題での評価を行う．この問題では  $7 \times 7$  の対称に配置されたセルが存在し，各セルの要求は 10 から 30 の間の一様分布からランダムに選ばれたもので，実験に用いたインスタンスでは，全部で 976 の接続要求が存在する．表 3 に問題で用い

表 3 キムのベンチマーク問題のパラメータ

Table 3 Specifications for Kim's Benchmark Problems.

Instance	Nc	$c_{ij}$	acc	$c_{ii}$
K1	7	1	1	3
K2	7	2	3	5
K3	7	3	4	7

表 4 解の品質の比較 (キムのベンチマーク問題)

Table 4 Comparison of solution Quality (Kim's Benchmark Problems).

Instance	CS	NN	SE
K1	168	168	178
K2	427	435	473
K3	619	630	673

表 5 アルゴリズムの実行時間

Table 5 Algorithm execution time.

Instance	Execution Time (sec)
P1	49.3
P2	59.4
P3	0.1
P4	0.1
P5	35.3
P6	37.0
P7	85.4
P8	90.9
P9	112.9
P10	188.3
K1	79.4
K2	133.0
K3	198.9

られているパラメータの詳細を示す．表中の  $c_{ij}$  は，距離の二乗が  $Nc$  内で，隣接していないセルのペアの間で必要とされる周波数間の距離を示している．

表 4 に評価結果を示す．比較の対象として，文献 4), 12) に示されているニューラルネットワークを用いた解法 (NN)，文献 16) のヒューリスティックを用いたシーケンシャルな解法 (SE) の結果を示す．すべての例題で，本アルゴリズムは同じか，より良い結果が得られている．

表 5 に本方法による実行時間を示す．プログラムの実行時間は，Sun Ultra 30 Model 300 (Ultra SPARC-II 296 MHz) 上の，あまり最適化されていない Lisp コードで測定されたものであるが，十分短い時間内で，非常に良い品質の解が得られていることが示されている．例題 P3, P4 では，探索されたノード数が上限に達する前に，解の最適性が示されているため実行時間は非常に短い．

注意すべき点として，通常の制約充足アルゴリズムの評価とは異なり，これらのベンチマークでは得られ

表 6 セルの順序付け/LDS の効果の比較  
Table 6 Effect of Cell-ordering/LDS.

Instance	Lower Bound	AAF/GWD	AAF	GWD	AAF/GWD
		LDS	LDS	LDS	no LDS
P1	427	427	443	453	427
P2	427	427	443	460	427
P3	533	533	533	533	533
P4	533	533	533	533	533
P5	258	261	265	321	264
P6	253	258	262	309	261
P7	309	309	309	322	314
P8	309	309	309	325	310
P9	856	857	893	951	856
P10	1714	1714	1791	1940	1715

た解の品質に重点が置かれており、適当に短い時間で解が得られている限り、求解の実行時間そのものはあまり重要視されていないことがある。このため、実行時間を報告している文献は少なく、本手法と他の手法の実行時間の正確な比較を示すことは困難である。原理的には、実行時間を長くすれば、解の品質は段階的に向上するはずであるが、本アルゴリズムでは、解の品質改善は比較的短い時間で飽和してしまい、実行時間を数日程度に延ばしても、ほとんど性能向上は見られない。比較に用いたアルゴリズム中で、文献 16) によるヒューリスティックを用いたシーケンシャルな方法は、探索を行わないため、一定の時間で処理が終了し、非常に高速（数秒程度）である。比較に用いたその他のアルゴリズムに関しては、本アルゴリズムと同様、解の品質改善は比較的短い時間で飽和し、その後の実行時間を長くしても、性能向上はわずかであることが予想される。

本論文で提案する手法では、セルの順序付けのヒューリスティック、limited discrepancy 探索の導入等、さまざまな工夫を行っているが、これらの相対的な貢献の度合いを評価するため、他のパラメータは同一で、セルの順序付けに AAF もしくは GWD のみを用いた場合、また、limited discrepancy 探索を行わない場合（セルの順序付けは提案した AAF と GWD の組合せを用いる）との比較を表 6 に示す。例題はフィラデルフィア問題で、AAF/GWD+LSD が前述の評価で用いたアルゴリズムである。これらの結果から分かるように、セルの順序付けのヒューリスティックの効果は比較的大きく、limited discrepancy 探索の導入は、セルの順序付けのヒューリスティックの導入のみでは最適解が得られない P5, P6, P7, P8, P10 等のインスタンスに関して、解の品質を改善する効果がある。一方、例題 P9 に関しては、limited discrepancy 探索

を用いない方が良い結果（最適解）が得られている。

## 5. 議 論

文献 11), 17) では、クリークを用いる方法により、フィラデルフィア問題で最適解が得られたことが報告されている。この方法では、まず、各要求を変数として表現したグラフ（マイクログラフと呼ばれる）の最大、もしくはなるべく大きいクリーク（完全グラフとなる部分グラフ）を求め、そのクリークに属する変数に対して、周波数の割当てを求め、次に、この部分的な解を段階的に拡張して完全な解を求めるものである。しかしながら、このクリークを用いる方法にはいくつかの問題点がある。まず、最大クリークを見つけること自体がもう 1 つの NP 完全問題であり、時間がかかること、また、最適解を求めるためには手続きを完全には自動化できず、クリークの選択、部分解の拡張において人間の介入する試行錯誤が必要である点である。また、本論文で提案した探索手法とクリークを用いる方法は排他的ではなく、クリークへの割当て、その拡張を本手法で行うことが可能である。

各要求ではなく、セルをベースに割当てを行う方法としては、文献 14) のマクログラフを用いる方法がある。しかしながらこの方法では、マクログラフを用いて直接問題を解くのではなく、問題を分割して上界値を求めるために用いている。文献 5) は本論文と同様な問題の表現を用い、ニューラルネットワークを用いて問題を解いている。

## 6. おわりに

本論文では移動体通信の周波数割当問題を、制約充足テクニックを用いて解く新しい手法を提案した。本手法の特徴は、各要求を変数として表現するのではなく、同じセルに属する複数の要求をとりまとめて、非



常に大きな領域を持つ1つの変数として表現し、この変数の値を段階的に決定すること、および、セルの順序付けに強力なヒューリスティクスを用いていること、また、limited discrepancy 探索のような最新の探索手法を用いている点である。

標準的なベンチマークを用いた実験的な評価により、本手法により最適解、もしくは最適解に非常に近い準最適解が得られることが示された。また、得られた解の品質は、ほとんどの場合において、既存の焼きなまし法やタブー探索、ニューラルネットワークによる解法よりも優れている。

本アルゴリズムには様々な改良の余地がある。現状では各種のパラメータ(解離を許す深さの上限、先読みするノードの総数の制限)はアドホックに決めているが、これらは問題に応じてアルゴリズム中でダイナミックに変更することが望ましい。また、文献15)に示されるような、フォワードチェックングよりも強力な local consistency を達成すること、また、文献10)に示されているような、可能なセルの順序付けに関して limited discrepancy 探索を行うこと、さらに、文献20)のような、バックトラッキングと反復改善型のハイブリッド型のアルゴリズムを導入することなどが考えられる。

### 参 考 文 献

- 1) Box, F.: A Heuristic Technique for Assignment Frequencies to Mobile Radio Nets, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol.27, No.2, pp.57-64 (1978).
- 2) Carlsson, M. and Grindal, M.: Automatic Frequency Assignment for Cellular Telephones Using Constraint Satisfaction Techniques, *Proc. 10th International Conference on Logic Programming*, pp.647-663 (1993).
- 3) Freuder, E.C. and Wallace, R.J.: Partial Constraint Satisfaction, *Artificial Intelligence*, Vol.58, Nos.1-3, pp.21-70 (1992).
- 4) Funabiki, N., Okutani, N. and Nishikawa, S.: A Three-stage Heuristic Combined Neural Network Algorithm for Channel Assignment in Cellular Mobile Systems, *IEEE Trans. Vehicular Technology* (2000). (to appear).
- 5) Funabiki, N. and Takefuji, Y.: A Neural Network Parallel Algorithm for Channel Assignment Problems in Cellular Radio Networks, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol.41, No.4, pp.430-437 (1992).
- 6) Gamst, A.: Some Lower Bounds for a Class of Frequency Assignment Problems, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol.35, No.1, pp.8-14 (1986).
- 7) Hale, W.K.: Frequency Assignment: Theory and Application, *Proc. IEEE*, Vol.68, No.12, pp.1497-1513 (1980).
- 8) Hao, J.K., Dorne, R. and Galinier, P.: Tabu Search for Frequency Assignment in Mobile Radio Networks, *Journal of Heuristics*, Vol.4, pp.47-62 (1998).
- 9) Haralick, R. and Elliot, G.L.: Increasing Tree Search Efficiency for Constraint Satisfaction Problems, *Artificial Intelligence*, Vol.14, pp.263-313 (1980).
- 10) Harvey, W.D. and Ginsberg, M.L.: Limited discrepancy search, *Proc. 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp.607-613 (1995).
- 11) Hurley, S., Smith, D.H. and Thiel, S.U.: FASoft: A system for discrete channel frequency assignment, *Radio Science*, Vol.32, No.5, pp.1921-1939 (1997).
- 12) Kim, S. and Kim, S.L.: A Two-Phase Algorithm for Frequency Assignment in Cellular Mobile Systems, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol.43, No.3, pp.542-548 (1994).
- 13) Kunz, D.: Channel Assignment for Cellular Radio Using Neural Networks, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol.40, No.1, pp.188-193 (1991).
- 14) Pennotti, R.J. and Boorstyn, R.R.: Channel Assignments for Cellular Mobile Telecommunications Systems, *Proc. National Telecommunications Conference*, pp.16:5-1-16:5-5 (1976).
- 15) Schiex, T., Rigin, J.-C., Gapin, C. and Verfaillie, G.: Lazy arc consistency, *Proc. 13th National Conference on Artificial Intelligence*, pp.631-637 (1996).
- 16) Sivarajan, K.N., McEliece, R.J. and Ketchum, J.W.: Channel Assignment in Cellular Radio, *Proc. 39th IEEE Vehicular Technology Society Conference*, pp.846-850 (1989).
- 17) Smith, D.H., Hurley, S. and Thiel, S.U.: Improving Heuristics for the Frequency Assignment Problem, *European Journal of Operational Research*, Vol.107, pp.76-86 (1998).
- 18) Walser, J.P.: Feasible Cellular Frequency Assignment Using Constraint Programming Abstractions, *Proc. CP'96 Workshop on Constraint Programming Applications*, pp.105-114 (1996).
- 19) Walsh, T.: Depth-bounded Discrepancy Search, *Proc. 13th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp.1388-1393 (1997).

- 20) Yokoo, M.: Weak-commitment Search for Solving Constraint Satisfaction Problems, *Proc. 12th National Conference on Artificial Intelligence*, pp.313-318 (1994).

(平成 11 年 7 月 9 日受付)

(平成 12 年 2 月 4 日採録)



横尾 真 (正会員)

1962 年生。1984 年東京大学工学部電子工学科卒業。1986 年同大学院修士課程修了。同年 NTT に入社。1990~1991 年ミシガン大学客員研究員。現在 NTT コミュニケーション科学研究所に勤務。マルチエージェントシステム、制約充足問題に関する研究に従事。博士(工学)。1992 年人工知能学会論文賞, 1995 年情報処理学会坂井記念特別賞, 1999 年人工知能学会全国大会優秀論文賞受賞。人工知能学会, 日本ソフトウェア科学会, AAAI 各会員。



平山 勝敏 (正会員)

1967 年生。1990 年大阪大学基礎工学部制御工学科卒業。1995 年同大学院基礎工学研究科博士後期課程修了。同年神戸商船大学商船学部助手。1997 年同大学商船学部講師。1999 年 10 月よりカーネギーメロン大学客員研究員, 現在に至る。博士(工学)。制約充足問題, マルチエージェントシステムに関する研究に従事。人工知能学会, 日本ソフトウェア科学会, AAAI 各会員。