制御点が曲面上に位置する自由曲面

9K−5

竹澤邦夫，三中　信宏，　森永　慎介
農業環境技術研究所

要旨

制御点が曲面上に位置し、領域全体で何回でも微分が可能な自由曲面の表現方法を開発した。この方法は、ある制御点に対する重み関数がその制御点の上では1.0、その他の制御点の上では0.0になるようにすることによって実現する。

1 目的

通常、曲面上の点は以下のように書く。

$$y = \sum_j K_j(u,v)\, Y_j^+ \tag{1}$$

ここで、$\{ Y_j^+ \}$ と y は一般にはベクトルだが、一般性を失わずに表現を単純にするため、ここではスカラーとする。この $K_j(u,v)$ (以下、重み関数と書く) として、ベツィエ曲面やNURBS曲面では多項式や有理式が用いられる。しかし、自由曲面の設計においては、制御点の様子から曲面の様子が容易に想像できることが望ましい。特に、制御点が曲面上に存在するのが理想的である。そこで、(1) の代わりに、ノンパラメトリック回帰においてしばしば用いられる、以下のような形のものを使う。

$$y = \frac{\sum_j K_{1j}(u,v)\, Y_j^+}{\sum_j K_{1j}(u,v)} \tag{2}$$

$\{ (U_i, V_i, Y_i) \}$ $(1 \le i \le N)$ という点が制御点でもあり、曲面上の点でもあるためには、

$$K_{1j}(U_i, V_i) = \delta_{ij} \tag{3}$$

であればよい。ここで、

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \ne j \end{cases} \tag{4}$$

である。

2 $K_{1j}(u,v)$ の求め方

(3) を満たすような $\{ K_{1j}(u,v) \}$ は以下のようにして得られる (竹澤 & 三中, 1992)。

$\{ (U_j, V_j, Y_j^*) \}$ $(1 \le j \le N)$ という "仮想データ" を $K_{2j}(u,v)$ という重み関数 (重み関数を求めるための重み関数) で平滑化したものが (3) を満たすようにする。すなわち、$\{ Y_j^* \}$ について

$$\frac{\sum_j K_{2j}(U_i, V_i)\, Y_j^*}{\sum_j K_{2j}(U_i, V_i)} = \delta_{ij} \tag{5}$$

を解く。$\{ (K_{2j}(u,v) \}$ としては、ガウス型カーネルなどを使うことが多いが、どのような関数を用いるかによって、得られる曲面の微妙な調整ができる。

Free-Form surfaces on which control points are located

Kunio TAKEZAWA, Nobuhiro MINAKA, Shinsuke MORINAGA
National Institute of Agro-Environmental Sciences

そして、

$$K_{1i}(u,v) = \frac{\sum_j K_{2j}(u,v)\, Y_j^*}{\sum_j K_{2j}(u,v)} \tag{6}$$

とする。

3 実行例

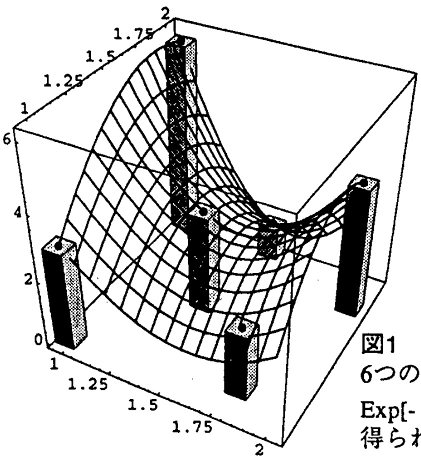

図1
6つの制御点とカーネル
Exp[- (x^2+y^2)] によって
得られた曲面

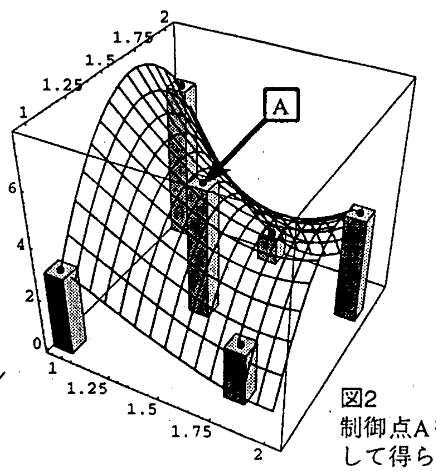

図2
制御点Aを上に動か
して得られた曲面

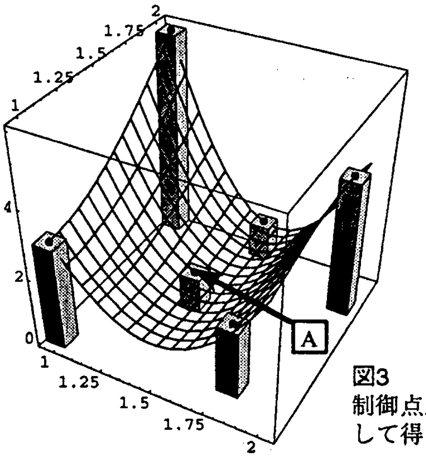

図3
制御点Aを下に動か
して得られた曲面

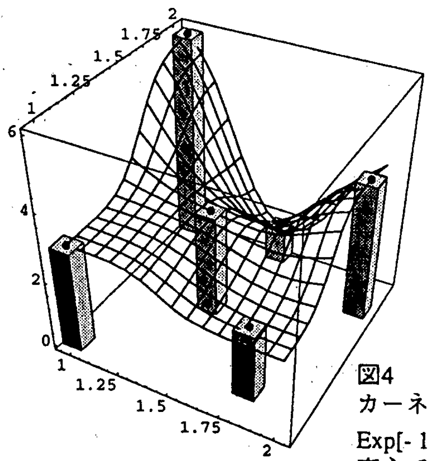

図4
カーネルを
Exp[- 10*(x^2+y^2)] に
変えて得られた曲面

4 この方法の特徴

1. 制御点が曲面上に位置するので、制御点と得られる曲面の形の関係が容易に把握できる。
2. 制御点が格子点上に位置する必要がないので、形の特徴をよく表す点に格子点を置くことができる。
3. 領域全体で何回でも微分が可能な、継ぎ目のない曲面が実現する。
4. $\{\ (K_{2j}(u,v)\ \}$ を調整することで、制御点を動かさずに曲面の性質を変えられる。
5. $\{\ (K_{2j}(u,v), Y_j^*, Y_j^+\ \}$、または $\{\ (K_{1j}(u,v), Y_j^+\ \}$ によって様々な曲面を統一した形式で表現できる。