1K−4

三値論理を用いたシステム診断に関する一考察*

・大岡徹也　向殿政男†

明治大学 理工学部‡

1 はじめに

システム診断は，その構成要素であるユニットが他のユニットを検査することによって行なわれる．本稿ではその検査結果にどのような性質があるか，また検査結果にあいまいさを認めた場合どのような診断が可能になるか述べる．

2 システムの定義

システムの構成要素をユニットと呼び，$U=\{u_0,u_1\dots u_{n-1}\}$ で表現する．u_i が u_j をテスト可能である場合を $c_{ij}=1$，テスト可能でない場合を $c_{ij}=0$ とすると，nユニットのシステムの場合，その接続状況を $n\times n$ の行列で表記することができる．$E=\{(u_i,u_j)\mid c_{ij}=1\}$ とすれば，システムは有向グラフ $G=(U,E)$ として表現可能である．$c_{ij}=1$ に対応した辺 (u_i,u_j) の重み a_{ij} は，u_i が u_j をテストした結果を表しており，a_{ij} の集合 A でシステムの故障診断が可能である．このテスト結果 a_{ij} の集合 A をシンドロームと呼び [1]，本稿では故障ユニットの集合を F とした場合のシンドロームを行列を用いて $S(F)$ と表記する．以下，シンドロームといった場合は，この行列 $S(F)$ をさすものとする．

テスト結果 a_{ij} は，検査ユニット u_i，および被検査ユニット u_j の状態によって次の各値をとる．なお，自分自身はテスト出来ないものとする．故障ユニットの集合を F とすると

1. $a_{ij}=0\quad ui,uj\notin F$
2. $a_{ij}=1\quad ui\notin F,uj\in F$
3. $a_{ij}=0,1\quad ui\in F$

の3つの場合が考えられる．3の場合，検査ユニットが故障しており，そのテスト結果は信頼できない．このような場合，3値論理 [2] を利用して0か1か不明であるという意味で1/2を用いて表現する．

テスト結果 a_{ij} は,$c_{ij}=1$ の場合にのみ得ることができる．$c_{ij}=0$，つまりテストリンクがない場合，$a_{ij}=-$(no connection) と表記することにする．テスト結果 a_{ij} の集合 A を行列 $S(F)$ に書き直すと次の様になる．

$$S(F)=\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \cdots & a_{0,n-1} \\ a_{10} & a_{11} & \cdots & a_{1,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n-1,0} & a_{n-1,1} & \cdots & a_{n-1,n-1} \end{pmatrix}$$

*System diagnosis using ternary logic

†Tetsuya OOHKA, Masao MUKAIDONO

‡School of Science and Technology, Meiji University

3 シンドロームの性質

シンドローム $S(F)$ の各行は，それぞれのユニットが他のユニットをテストした時のテスト結果を表しており，各列はそれぞれのユニットが他のユニットからテストを受けた時のテスト結果を表している．これらのことを次のように定義する．

i 番目の行は，ユニット u_i が出力したテスト結果として $S_{out}(u_i)$，i 番目の列はユニット u_i が受けたテスト結果として $S_{in}(u_i)$ と定義すると，シンドローム $S(F)$ は次の様に書き換えられる．

$$S(F)=\begin{pmatrix} S_{out}(u_0) \\ S_{out}(u_1) \\ \cdots \\ S_{out}(u_{n-1}) \end{pmatrix}$$

あるいは，

$$S(F)=\begin{pmatrix} S_{in}(u_0) & S_{in}(u_1) & \dots & S_{in}(u_{n-1}) \end{pmatrix}$$

3.1 シンドロームの標準形

まず，単一故障について述べる．$F=\{u_i\}$ とした場合，つまりユニット u_i がひとつだけ故障していた場合，先に述べたテスト結果の定義より，$S_{in}(F)$ の各要素は $c_{ij}=1$ の時1となる．同様に，$S_{out}(F)$ の各要素は1/2，それ以外の要素については0となる．また $c_{ij}=0$ となる要素については，$-$(no connection) となる．このシンドローム $S(F)$ は u_i 単一故障時に出力される可能性のあるシンドロームをすべて包含している．よって u_i 単一故障時に出力される可能性のあるシンドロームは，上の $S(F)$ 一つで表現できることになる．このようなシンドロームを u_i 単一故障時におけるシンドロームの標準形と呼び，$S_0(F)$ と表記する．

3.2 シンドロームに対する演算

ここでシンドロームに対する演算としてOR(∨)とNOT(¬)を定義する．シンドロームの順序関係 $>$ を図1に，真理値表を表1に示す．NOTの真理値表中の"D"は，$S(F)$ の"D"に対応する要素 s_{ij} について，u_j が故障していれば1，故障していなければ0となる．よって"D"に対応する s_{ij} は，次のように定義できる．

$$s_{ij}=\begin{cases} 1, & u_j\notin F \\ 0, & u_j\in F \end{cases}$$

上の定義より $S(F)$ のNOTを求める場合は，必ず F が明らかでなくてはならない．

OR(∨) は，F_1 と F_2 が出力する可能性のあるシンドロームを合成することを目的としている．このORを用いることにより，単一故障時のシンドロームの標準形から，多重故障も含む全ての

x \ y	0	1/2	1
0	0	1/2	1
1/2	1/2	1/2	1/2
1	1	1/2	1

s_{ij}	$\neg s_{ij}$
0	1/2
1/2	D
1	1/2

表 1: OR(∨), NOT(¬) の真理値表

故障パターンにおけるシンドロームの標準形を生成することが可能となり，その数は n となる．

F_1, F_2 をそれぞれ故障ユニットの集合とすると，これら OR, NOT 演算について次のことが成立する．

- $S(F_1 \cup F_2) = S(F_1) \vee S(F_2)$
- $S(\overline{F_1}) = \neg S(F_1)$

4 システム診断における一考察

実際にシステム診断を行なう場合の方法について述べる．3.2節で述べた方法を用いて，全ての故障パターンのシンドロームの標準形を求めることが可能であるので，これを用いてシステム診断を行なう．U のべき集合を $P(U)$ とし，$P(U)$ の要素を pu_i とする．$P(U)$ はこのシステムがとりうる故障の状態の集合で，pu_i はそれら故障の状態のうちのひとつに対応している．

故障 F に対応するシンドロームの標準形を $S_0(F)$，実際に診断結果として与えられる任意のシンドロームを S' する．S' には，診断不能や不明あるいは診断中といった，故障とも正常ともどちらともとれないテスト結果を含むことを認めることにする．このようなあいまいな情報を 1/2 を用いて表現する．このあいまいさにおける順序関係 $\succ$ を図 2に示す．故障 F に対応するシンドロームの標準形 $S_0(F)$ と，与えられたシンドローム S' の間には次のような性質がある．

$$S_0(F) \succ S' \quad \overset{iff}{\longleftrightarrow} S' \text{ が故障 } F \text{ の時のシンドロームの可能性がある．}$$

ここで，$S_0(F)\cdot S'$ について述べる．$S_0(F)$ の要素を s_{ij}, S' の要素を s'_{ij} としたとき，次のように定義する．

$$S_0(F)\cdot S' = \begin{pmatrix} s_{00}\cdot s'_{00} & \cdots & s_{0,n-1}\cdot s'_{0,n-1} \\ s_{10}\cdot s'_{10} & \cdots & s_{1,n-1}\cdot s'_{1,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{n-1,0}\cdot s'_{n-1,0} & \cdots & s_{n-1,n-1}\cdot s'_{n-1,n-1} \end{pmatrix}$$
$$= \phi$$
$$\overset{def}{\longleftrightarrow} \quad {}^{\exists}i, {}^{\exists}j \quad s_{ij}\cdot s'_{ij} = \phi$$

図 1: シンドロームにおける順序関係 >

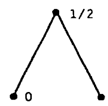

図 2: あいまいさにおける関係 $\succ$

x \ y	0	1/2	1
0	0	0	ϕ
1/2	0	1/2	1
1	ϕ	1	1

表 2: あいまいさにおける演算 AND(·)

このあいまいさにおける演算 AND($x \cdot y$) の真理値を表 2に示す．この定義より次の性質が得られる．

$$S_0(F) \succ S' \overset{iff}{\longleftrightarrow} S_0(F)\cdot S' \neq \phi$$

以上の性質から，与えられたシンドローム S' が故障 F のシンドロームである可能性を見つけるために，以下のようなアルゴリズムを提案する．

1. 各ユニット同士のテスト結果として，シンドローム $S(F)$ が与えられる．
2. $P(U)$ の要素 pu_i 故障時のシンドロームの標準形 $S_0(pu_i)$ と $S(F)$ との，先に述べたあいまいさにおける AND(·) 演算をする．
3. $S(F)\cdot S(pu_i) \neq \phi$ であれば，F に故障の状態 pu_i が含まれている可能性がある．
4. 全ての pu_i について，2 と 3 を繰り返す．

このアルゴリズムは，故障の数に関係なく与えられたシンドロームから考えられる故障のパターンを求める．同時に生じる故障の数を t とすると $t \leq 2n+1$ でなければ故障同時診断可能でないことが知られている [1].

5 まとめ

本稿では，テスト結果の集合を行列で表現し，その行列が持っている性質について述べた．さらに与えられるテスト結果にあいまいさを認めた場合，シンドロームの包含関係にを利用したシステム診断の方法を示した．

参考文献

[1] Franco P.Preparata, Gernot Metze, Robert T.Chien : On the Connection Assignment Problem of Diagnosable Systems, 1967, IEEE Trans. Comput. Vol. EC-16, pp.848

[2] 向殿政男 ： B- 三値論理関数について - あいまいさを考慮した三値論理関数 -, 1972 電気通信学会論文誌 Trans.IECE Vol.55-D No.6, pp355