3N−4

メモリバックアップ用電池の動作解析と充電方策

林　逸樹[†1)]　石井直宏[1)]　三道弘明[2)]　中川覃夫[3)]

1)名古屋工業大学　2)流通科学大学　3)愛知工業大学　†(株)日立中部ソフトウェア

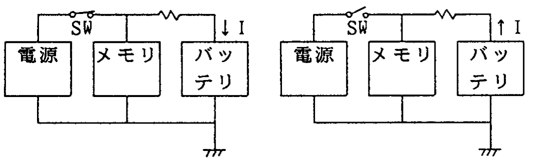
1．はじめに

メモリバックアップ用バッテリは、エレクトロニクスのめざましい進歩に伴い、半導体メモリの停電補償用電源として開発され、多くの電子機器に利用されている。バッテリの充電方法には、大電流で短時間に充電する急速充電方法と、微小電流で連続充電するトリクル充電方法があるが、大電流で過充電を行うとバッテリが劣化することから、一般にはトリクル充電方法が行われている。一方、充電制御方式には、電圧検出法、ピーク電圧検出法、温度検出法など[1]が知られているが、より安価なシステムでは、電源投入時にバッテリ電圧を基準電圧と比較し、基準電圧以下の場合には、一定時間だけ充電する方法がある。充電終了後は、再度電圧の比較を行うか、または無条件にシステム動作に入るかのどちらかの方法をとる。

ここでは、常時オン電源をもたず、動作状態（電源オン）ではトリクル充電し、停止状態（電源オフ）では放電する簡単なメモリバックアップシステムを扱う。バッテリ電圧はシステムパワーオン時に基準電圧と比較（電圧チェック）する。長期間停止した後、電圧がある閾値未満ならば、一定時間Tだけトリクル充電する。そのとき、時間効率を最大にする最適時間T^*について解析する。更に一回で充電が完了する確率がγ以上になるTを求め、停止時間が指数分布の場合の数値例も合わせて示す。

2．バッテリのモデルと解析

電源、メモリ、バッテリから成る簡単なシステムを考える。バッテリは、動作状態でトリクル充電され(図1−イ)、停止状態で放電する(図1−ロ)。バッテリの電圧チェックは電源投入時に行い、閾値電圧以下ならば、一定時間Tだけトリクル充電を行う。この間システムは充電待状態となり、不稼動状態になる。充電終了後、再度電圧チェックを行い、閾値電圧を越えていれば動作状態に移行し、閾値電圧以下ならば再充電となり、充電待状態となる。



(イ)充電　　(ロ)放電

図1 システムモデル

ここでは、2回充電の場合と、何回も充電ができる2つの場合を考える。

（1）最初に、充放電速度は一定で、高々2回の充電で必ず閾値電圧を越えるとする。動作状態をE_0、停止状態をE_1、1回目の充電待状態をE_2、2回目の充電待状態をE_3とおくと、図2に示すような状態遷移図が書ける。

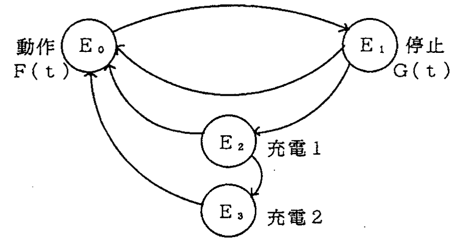


図2 バッテリの状態遷移

ここで、システム動作時にはバッテリは十分充電されると仮定して、動作停止時の電圧をV_1($\equiv V_{max}$)、閾値電圧をV_0($0 \leqq V_0 \leqq V_1$)、充電時間をT、放電速度をa、充電速度をb、動作時間分布をF(t)、停止時間分布をG(t)とする。E_iからE_jへの遷移確率P_{ij}は、

$$P_{01} = P_{30} = 1 \tag{1}$$
$$P_{10} = Pr[V_1 - at \geqq V_0] = Pr[t \leqq (V_1 - V_0)/a] \tag{2}$$
$$P_{12} = Pr[V_1 - at < V_0] = Pr[t > (V_1 - V_0)/a] \tag{3}$$
$$P_{20} = Pr[\max(V_1 - at, 0) + bT \geqq V_0 | E_2] \tag{4}$$
$$P_{23} = Pr[\max(V_1 - at, 0) + bT < V_0 | E_2] \tag{5}$$

m_i (i=0,1,2,3) を状態E_iからE_0への推移に要する平均時間、μを分布F(t)の平均とすると、以下の式が得られる。

$$m_0 = \int_0^\infty (t + m_1)\, dF(t) = \mu + m_1 \tag{6}$$
$$m_1 = \int_0^\alpha t\, dG(t) + \int_\alpha^\infty (t + m_2)\, dG(t) \tag{7}$$
$$m_2 = T \cdot P_{20} + (T + m_3)\, P_{23} \tag{8}$$
$$m_3 = T \tag{9}$$

ここに

$$\alpha \equiv \frac{V_1 - V_0}{a} \tag{10}$$

である。

システムの時間効率A(T)を充電時間Tの関数と考え、

$$A(T) \equiv \lim_{t \to +\infty} \frac{E[(0,t]\text{におけるｼｽﾃﾑの動作時間}]}{t} \tag{11}$$

と定義すると、再生定理[2]を使って次式のように書くことができる。

Mode Analysis and Charging Policy of a Battery for Memory Backup

Itsuki HAYASHI[†1)], Naohiro ISHII[1)], Hiroaki SANDOH[2)], Toshio NAKAGAWA[3)]

1)Nagoya Institute of Technology, 2)University of Marketing & Distribution Sciences, 3)Aichi Institute of Technology, †Hitachi Chubu Software, Ltd.

$$A(T)=\int_0^{\infty} t\,dF(t)/m_0=\frac{\mu}{m_0} \qquad (12)$$

ここにm_0は状態E_0を出発し、再びE_0に推移するまでの平均時間、μはシステムの平均動作時間を意味することに注意する。A(T)は、m_0が最小の時に最大となるから、m_0を最小にする充電時間Tについて解析する。

ここでは、G(t)が指数分布の場合について考える。(10)、(11)式より

$$m_2=T\frac{\int_{\beta}^{\infty}dG(t)}{\int_{\alpha}^{\infty}dG(t)}+2T\frac{\int_{\alpha}^{\beta}dG(t)}{\int_{\alpha}^{\infty}dG(t)}$$
$$=T\,[2-e^{-\lambda(\beta-\alpha)}] \qquad (13)$$

ただし、$\beta\equiv(V_1-V_0+bT)/a$, $\beta-\alpha=Tb/a$ である。よって、(7)式と(13)式より

$$m_1=\int_0^{\alpha} t\,dG(t)+\int_{\alpha}^{\infty}(t+m_2)\,dG(t)$$
$$=\frac{1}{\lambda}+T(2e^{-\lambda\alpha}-e^{-\lambda\beta}) \qquad (14)$$
$$\therefore m_0=\int_0^{\infty}(t+m_1)\,dF(t)$$
$$=\mu+\frac{1}{\lambda}+Te^{-\lambda\alpha}(2-e^{-\frac{b}{a}\lambda T}) \qquad (15)$$

となる。

明らかに、m_0はTに対して単調増加関数となり、Tが最小の時、m_0は最小となる。ここで、高々2回の充電で閾値電圧を越えるという仮定より、Tに関する制約条件は、

$$\frac{V_0}{2b}\leqq T<\frac{V_0}{b} \qquad (16)$$

となる。したがって、m_0が最小になる、即ち、時間効率A(T)が最大になる値T_1^*は、

$$T_1^*=\frac{V_0}{2b} \qquad (17)$$

で与えられる。

(2) 次に、状態E_2において、Tで充電した後、V_0以下ならば、V_0を越えるまで何回でも充電する場合を考える。

充電に要する時間を実際の充電時間Tと充電などの準備時間T_0の和と考えて、$T+T_0$とすると、状態E_2に滞在する平均時間は

$$m_2=\sum_{k=1}^{\infty}k(T+T_0)\Pr\{\max(V_1-at,0)+kbT\geqq V_0>\max(V_1-at,0)+(k-1)bT\mid E_2\}$$
$$=(T+T_0)\sum_{K=0}^{\infty}\bar{G}\left(\frac{V_1-V_0+kbT}{a}\right)/\bar{G}\left(\frac{V_1-V_0}{a}\right) \qquad (18)$$

となる。ところで、$\bar{G}(t)\equiv 1-G(t)$ とおく。

最初に、一回で充電が完了する確率がγ以上になるTを求める。(18)式より、この条件はつぎのように書くことができる。

$$\bar{G}\left(\frac{V_1-V_0+bT}{a}\right)/\bar{G}\left(\frac{V_1-V_0}{a}\right)\leqq 1-\gamma \qquad (19)$$

G(t)を指数分布、すなわち$\bar{G}(t)=e^{-\lambda t}$とすると、(19)式は

$$e^{-\lambda\frac{b}{a}T}\leqq 1-\gamma \qquad (20)$$

したがって、

$$T=\frac{a}{\lambda b}\log\left(\frac{1}{1-\gamma}\right) \qquad (21)$$

となる。次に、(18)式で与えられたm_2をB(T)とおき、B(T)を最小にするT_2^*を求める。G(t)が指数分布の場合、(18)式は

$$B(T)=(T+T_0)/(1-e^{-\lambda\frac{b}{a}T}) \qquad (22)$$

明らかに、$\lim_{T\to 0}B(T)=\lim_{T\to\infty}B(T)=\infty$ である。B(T)をTで微分して、0とおくと、

$$[1+(T+T_0)\lambda\frac{b}{a}]\ e^{-\lambda\frac{b}{a}T}=1 \qquad (23)$$

を得る。(23)式の左辺をQ(T)とおくと、

$$Q'(T)<0\ ,\quad Q(0)=1+T_0\lambda\frac{b}{a}>1$$
$$Q(\infty)\equiv\lim_{T\to\infty}Q(T)=0$$

よって、(23)式を満足する唯一のT_2^*が存在し、B(T)を最小にする。この場合、システムの時間効率$A(T_2^*)$は

$$A(T_2^*)=\mu/(\mu+\frac{1}{\lambda}+\frac{a}{\lambda b}e^{\lambda\frac{b}{a}T_2^*}) \qquad (24)$$

である。

G(t)が指数分布の場合は、T_1^*, T_2^*はV_1, V_0に無関係となることに注意する。

3. 数値例

表1にT_0=0.1[Hrs]、a/b=0.1,0.5(充電速度が放電速度の10，2倍)の場合のT_2^*, $B(T_2^*)$の値を示す。a/b=0.1 でT_2^*は 0.12〜0.28[Hrs](7〜17分) となる。

ここで、T_0=0.1[Hrs] は、電圧チェックがシステム立ち上げ後にOSで行われるため、充電後にOSを再立ち上げするのに必要な時間が0.1[Hrs]であることを意味する。

表1 T_2^*, $B(T_2^*)$[Hrs]

a/b=	λ=	T_2^*=	$B(T_2^*)$=
0.1	0.2	0.28	0.89
	0.4	0.20	0.54
	0.6	0.16	0.42
	0.8	0.14	0.36
0.5	0.2	0.68	3.28
	0.4	0.46	1.82
	0.6	0.38	1.31
	0.8	0.32	1.05

4. おわりに

動作中に充電し、停止中に放電する簡単なメモリバックアップ用バッテリシステムの最適充電方策について考察した。モデルでは、充放電速度を一定、停止時間分布を指数分布とし、動作終了時には必ずフル充電されると仮定した。解析の結果、最適充電時間T^*が存在することが分った。

今後は、充放電速度や停止時間分布をより現実に近い関数に置き換え、また、バッテリの劣化の問題も含めて解析を進めていく予定である。

参考文献

[1]平井 他:“高性能電池の最新技術マニュアル”，総合技術センター（1989）
[2]Ross S.M.:“Apllied Probability Models with Optimization Applications,” Holden-Day, San Francisco (1970)