2次元要素を持つソリッドの基礎研究

5D−2

丁 緒金* 山口 和紀†

*筑波大学理工学研究科
†東京大学教養学部 情報・図形教室

1 はじめに

ソリッド・オブジェクトの幾何形状を表現する数学的なモデリングCSGはプリミティブに対しBoolean集合演算を行なって立体を表現する方法である。プリミティブはあらかじめ定義された球、立方体のような単純な立体であり、形式的にhalf-space（位相的にユークリッド空間上に点の正規的な、半解析閉集合である）で定義できる。有界なhalf-spaceはr setと呼ばれる。

機械系設計において、単なる一つの部品を設計するだけでなく、ある機能を果たすためにあるいは干渉チェックをするために部品と部品の組み立てを設計することもよくある。すなわちアセンブリ(assembly)の設計である。又、コンピュータ支援の設計、製造、および工業ロボットに利用するソリッド・モデルは連結でない部品(disconnected pieces)の集合、つまりアセンブリを表現しなければならない。これらのアセンブリの中には、連結でないちょうど接する立体が現実にある。しかし、r-setの閉集合条件により、r-set(更に一般に、閉集合)は閉集合の内部境界としてアセンブリの内部境界（面）を表現できないので、アセンブリをモデル化するには都合が悪い。

この問題を解決するためにF. Arbabが正規的な開集合による立体の表現を提案した[Arb90]。この提案の中ではr setに対応する開集合のものとしてs setを定義した。また、演算の結果生じる二つの接する開集合の境界とはならない内部境界を削除するために、演算の正規化の方法も定義した。F. Arbabの提案は接するオブジェクトを表現できるが、割れ目のような内部境界を持つオブジェクトなどを表現できないので、まだ不十分の面もある。本研究は2、3次元要素を扱うために、s setの表現機能をより一層拡張し、2次元要素を持つソリッドを表現できるモデルCSGF(constructive solid geomitry with face)を提案する。

2 CSGFの提案

今回、CSGFでは2、3次元集合を定義し、2、3次元集合の集合演算を考える。

2.1 2、3次元集合の定義

前に述べたようにCSGモデルに対応した集合はr setとs setがある。いずれも3次元集合と考えられる。r setは通常概念のソリッド[Req77]を表現できるが、閉集合条件により接するようなオブジェクト間の内部境界が表現できない。それに対して提案されたs setはr setのこの問題を解決した。閉集合とは違って、境界点は開集合の要素ではないので、二つの連結でない開集合が境界を共有することができる。しかし割れ目のような内部境界を禁じる。CSGFでは、それらの集合と違って、集合としては3次元要素のほかに、2次元要素も含めた。ここで、この新しい集合はfp setと呼ぶことにする。fp setの中に含めた3次元要素に対応してs setを拡張したf setがあり、2次元要素をp setとする。

f setは次のように定義する。

・有限個の正規化半解析開集合の和をf halfspaceと呼ぶ。有界なf halfspaceをf setと呼ぶ。

p setは次のように定義する。

r setの境界を（隙間ではない）面と考える。この集合をp setと呼ぶ。

f setとp setを後に述べる2次元正規化で組合せた集合をfp setと呼ぶことにする。

CSGFを表現する木構造は図1で示す。

2.2 2、3次元集合の集合演算

2.2.1 2次元正規化

従来の集合の正規化には閉集合に対するもの[Man88]と開集合に対するもの[Arb90]の二つの定義がある。E^3の部分集合Xはもしその内部の閉包と等しいとすれば、すなわち$X = \overline{int(X)}$としたら、正規的な閉集合である。それに相対してもし$X = int(\overline{X})$であれば、正規的な開集合である。集合演算はこれらの定義に従って正規化される。この二つの正規化定義に従う集合演算の結果は同じように病理的

The fundamental study of solids with 2 dimension elements
Ding Xujin† Yamaguchi Kazunori‡
† Master Course in Science and Engineering, University of Tsukuba
‡ Department of Craphic and Computer Science, College of Arts and Sciences, The University of Tokyo

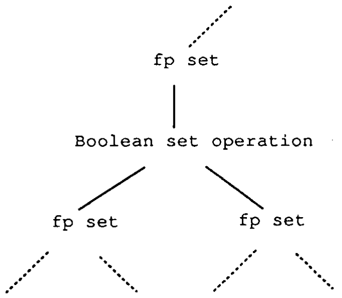

図 1: CSGF の木構造

な閉集合あるいは開集合を禁じる。つまり、ソリッド・オブジェクトとしてはぶら下がる (dangling) 頂点 (vertex)、面 (face)、辺 (edge) がなく、無限に薄い穴、割れ目がないし、しかも体積 (volume) があり、有限空間を占める。

fp set はこれらの集合とは違って、2次元要素も許す。この2次元要素を許すための演算は2次元正規化集合演算である。

f set の正規化定義は次のように考える。x を位相空間 X 上にある点とする。点 x の近傍は点 x を中心とする無限に小さい半径 ϵ を持つ球の内部（一つの開球）である。正規化する時に、点 x 残すかどうかを考える。通常の位相空間上の球近傍は位相空間の連結な部分集合である。fp set が開集合なので、球近傍はもし内部境界面と交差すれば、いくら小さくしても球近傍の連結性が破壊される。この場合に対して境界を残す。線、点の場合は連結性を破壊しないので、境界を削除する。これによって、正規化を定義する。要するに、ぶら下がる頂点、辺を削除し、面と体積 (volume) を残す。

図2には一つの正規化例を考える。左の図は正規化前の状況を表す。内部境界は線、面がある。ただし、面の一部は内部にあって、一部が外に出てしまう。2次元正規化をすると内部の線 a を削除し、面を残す。

2次元正規化演算子は次のように表す。正規化和集合を $\cup^{*2}$ とし、正規化積集合を $\cap^{*2}$ とし、正規化差集合を $-^{*2}$ とする。

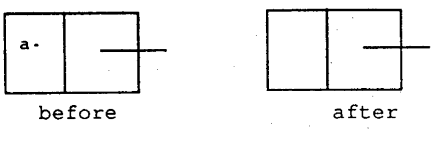

図 2: 2次元正規化

2.2.2　2、3次元集合の境界による集合演算

集合演算は和集合、積集合、差集合演算がある。通常、二つのオブジェクトの和集合はそれぞれのオブジェクトに含まれる体積の境界で定義される。積集合は両方の共通の体積の境界で定義される。差集合は次のオブジェクトの外にある最初のオブジェクトの境界で定義される。

A、B を二つの fp set とする。演算する時に、fp set の3次元要素と2次元要素にわけて考える。3次元要素の集合演算をするとき、まず、それら集合について互いの境界について out、in、on を分類する。$\beta(A)$ と $\beta(B)$ を A と B の境界を表す。$\beta(A) out \beta(B)$ は B の外側にある A の境界部分である。$\beta(A) in \beta(B)$ は B の中にある A の境界部分である。$\beta(A) on \beta(B)$ は B と共通の境界である。集合演算はこのような分類に従って、定義する。

2次元要素に対して同じように分類して集合演算を行なっていく。この2次元要素の集合演算と3次元要素の集合演算の組合せで2、3次元集合の集合演算結果になる。

3　おわりに

2、3次元要素をもつソリッドを表現する CSGF を提案し、それについて検討した。今後の課題は提案を更に改善し、実際に実験していきたい。

参考文献

[Arb90] F. Arbab: Set Models and Boolean Operations for Solid and Assemblies, *IEEE Computer Graphics & Applications*, PP. 76-86, Mar. 1990.

[Man88] M. Mäntylä: An Introduction to Solid Modeling, *Computer Science Press*, PP. 33, 1988.

[Req77] A. A. G. Requicha: Representations of solid objects–theory, methods, and systems, *ACM Computing Surveys*, 12(4), PP. 437-464, Dec. 1980.