

カオスシミュレータの開発

1H-10

鎌田海平 梶谷雄治 片山立 西田行輝
三洋電機 情報通信システム研究所

1. はじめに

ファジィ理論、ニューラルネットと並んで柔らかな情報処理技術の新しいパラダイムとして注目を集めているものにカオス理論があり、最近ではその工学的な応用をはかる試みが胎動している。我々は、カオス理論を応用した製品開発や工学的応用研究のためのカオスシミュレータを開発した。

2. カオスシミュレータ

2.1 概要

本カオスシミュレータは、カオス信号生成アルゴリズムによって時系列信号を生成するカオス信号生成部、自然界の物理現象や動特性が未知の対象から観測された信号がカオス性を備えているかどうかを判定するためのカオス性判定・抽出部、及びカオス性を有するシステムやこれを含む非線形ダイナミカルシステムを同定し、システムの状態を予測、推定、制御する非線形システム同定部から構成されている(図1)。

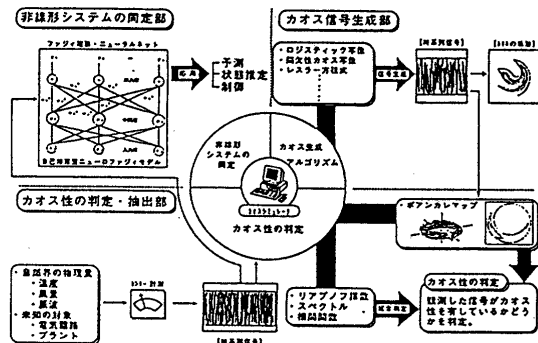


図1 カオスシミュレータの構成

2.2 カオス信号の生成

カオス信号生成部では、ロジスティック写像や間欠性カオス写像など、簡単な原理(数式)によるカオス性を有する時系列信号(決定論的カオス)を生成する。図2には、(1)式の間欠性カオス写像^{[1,2])}によって生成された時系列信号と、そのパワースペクトルを示す。

$$x(n+1) = x(n) + u(x(n))^2 \quad [0 \leq x(n) < 0.5] \quad (1)$$

$$x(n+1) = ax(n) + b \quad [0.5 \leq x(n) \leq 1.0]$$

(a, b, uは定数)

Development of chaos simulator
Kaihei KAWATA, Yuji KAJITANI, Ryu KATAYAMA
Yukiteru NISHIDA
Information & Communication System Research
Center, SANYO Electric Co., Ltd.

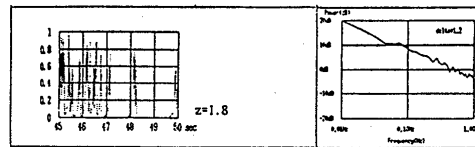


図2 間欠性カオス写像による時系列信号と周波数特性

2.3 カオス性の抽出と判定

観測された信号や与えられる時系列データのカオス性の判定には①スペクトル解析、②自己相関関数、③リアプノフ指数解析などの手法を用いた。

①スペクトル解析

時系列データに明確な周期性が存在すれば、それは周期信号であってカオスではない。なお、スペクトル解析にはFFT(Fast Fourier Transform)を用いた。以下では、(2)~(4)式で与えられる時系列信号を例に、カオス性の判定を実際に行う。

$$x(t) = \sin(0.5t) \quad (2)$$

$$x(t) = (\sin(0.5t) + r) * 0.5 \quad (3)$$

$$x(t) = a * x(t-1) * (1.0 - x(t-1)) \quad (4)$$

(2)式は周期関数(sin関数)であり、カオスではない。(3)式は(2)式のsin関数に-1.0~1.0の一樣乱数rを加え0.5倍しており、周期信号にランダムノイズが重畳されたもので、これもカオスではない。(4)式は個体増殖率a=4.0のロジスティック写像でカオスである。図3に各式の時系列データ(256個)を、図4にスペクトル解析結果を示す((4)式の時系列データについては-1.0~1.0に正規化している)。

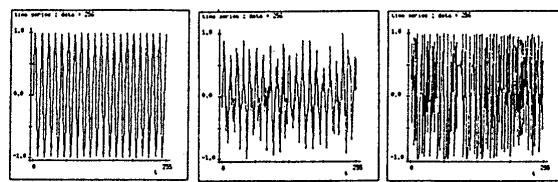


図3 時系列データ

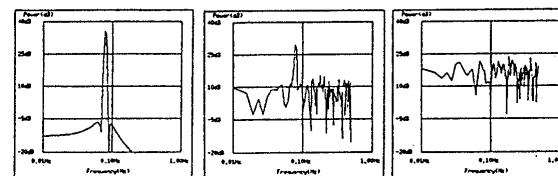


図4 スペクトル

図4から(2)式の時系列データに対してはピークとなる周波数成分が明確にあらわれ周期性がありカオスでないことがわかる。(3)、(4)式については広い帯域で周波数成分があらわれており、スペクトル解析だけではカオス性の判定は困難である。

②自己相関関数

カオス性を備える時系列データの自己相関関数は、遅れ時間の増大とともに0に収束する^[3]。ここでは、①のスペクトル解析でカオス性を判定できなかった(3)、(4)式の時系列データを用いて自己相関関数を計算した。自己相関関数は(5)式によって計算される。

$$R(L) = \sum_{n=0}^{N-1-L} x(n) \cdot x(n+L) \quad (5)$$

(5)式で、Nはデータ数、Lは遅れ時間である。図5に(3)(4)式の自己相関関数を示す(N=256、L=0,1,...,99)。この図から、(3)式の時系列データでは遅れ時間が増えても自己相関関数は0に収束していないのでカオスではないことがわかる。(4)式の時系列データでは遅れ時間が増えるとほぼ0に収束しており、カオス性を備えていることがわかる。

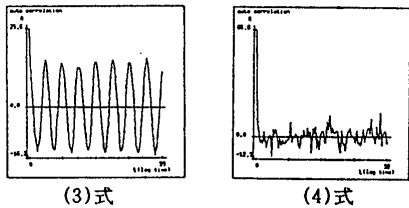


図5 自己相関関数

③リアプノフ指数解析

カオス力学系においては、アトラクタ上で非常に近い点であっても、時間経過とともにその距離が指数関数的に離れていくという性質がある。これを特徴づける量として、最大リアプノフ指数^[4]がある。最大リアプノフ指数とは、図6において、計測された時系列データから再構成したアトラクタ上の時間tにおける点X_tとεの距離内にあるN_ε個の点X_kが、τだけ時間経過した後、それぞれX_{t+τ}、X_{k+τ}に移動する場合に、(6)式にしたがってX_tとX_kの平均拡大変化率を計算した値である。

$$\lambda(\tau) = \frac{1}{\tau} \frac{1}{N_{\epsilon}} \sum_{|X_t - X_k| < \epsilon} \ln \left(\frac{|X_{t+\tau} - X_{k+\tau}|}{|X_t - X_k|} \right) \quad (6)$$

(4)式のロジスティック写像のx(t)を計測データとみなした場合の最大リアプノフ指数は0.693となり、正の値(λ(τ)>0)を示すので、2点間の平均距離は指数関数的に拡大することになり、カオス性を備えていることがわかる。

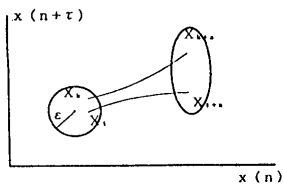


図6 2点間の距離の時間的发展

2.4 自己増殖型ニューロファジィモデル

非線形システムの同定部における自己増殖型ニューロファジィモデル^[5]は、ラジアル基底関数とも呼ばれるニューロファジィモデルに対し、モデル誤差の大きい領域から逐次的に新しい中間層ユニット(図7)ないしファジィルール(図8)を自己増殖的に発生させ、これとモデルパラメータの学習手順とを組み合わせることにより、あらかじめ設計者が指定したモデル精度を実現するのに必要なニューラルネットの中間層ユニット数やファジィルール数を自動的に求めることができる。

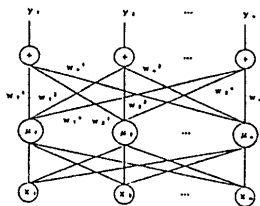
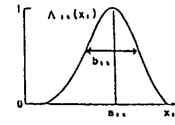


図7 3層構造ニューロモデル



出力層 ルールk:
IF x₁ = A₁₁(x₁) and x₂ = A₁₂(x₂) and ... and x_n = A_{1n}(x_n)
THEN y₁ = w₁₁, y₂ = w<sub>12}, ..., y_s = w_{1s}} k=1,2,...,n
メンバーシップ関数: A_{ij}(x_i) = exp(- (x_i - a_{ij})² / b_{ij})
ルール成立度: μ_k(x) = ∏_{i=1}ⁿ A_{ij}(x_i) k=1,2,...,n
入力層 出力: y_j = ∑_{k=1}^s μ_k w_{jk}} j=1,2,...,s</sub>

図8 メンバシップ関数とファジィルール

同定アルゴリズムは以下の2つの過程から構成される。

- ①階層型ニューラルネットの中間層ユニット数あるいはファジィルール数が固定されたもとの勾配法によるモデルパラメータの学習過程。
- ②パラメータの学習過程①による誤差の低減効果が飽和した段階で、推論誤差の最大絶対値を与える入出力データの近傍に新たな中間層ユニットあるいはファジィルールを逐次的に発生させる自己増殖過程(図9)。

図10に(4)式で示すロジスティック写像(a=4.0)の短期予測結果を示す。この図から7ステップ程度まで理論値と予測値がほぼ一致しており、カオス時系列の短期予測が行われていることが確認できた。

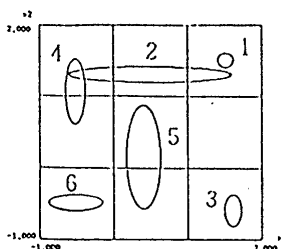


図9 中間層ユニット・ファジィルール自己増殖過程

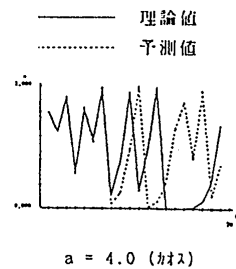


図10 ロジスティック写像の予測結果

【参考文献】

[1] I.Procaccia and H.Schuster: "Functional renormalization-group theory of universal 1/f noise in dynamical systems", Phys.Rev., A28. PP.1210-1212, 1983.
 [2] 香田, 村尾: "非有界な不変密度を有する 1/f 雑音の時系列解析", 信学論, Vol.J69-A, No.6 pp.714-722, 1986.
 [3] 合原: "カオス", サイエンス社, 1990.
 [4] 長島, 永井, 萩原, 土屋: "時系列データとカオス", 計測と制御, vol.29, No.9 pp.53-60, 1990.
 [5] 片山, 鞆田, 梶谷, 西田: "自己増殖型C[∞]級ファジィモデルとカオス時系列同定問題への応用", 第8回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 1992.