7E−5

ホップフィールド型ニューラルネットワークにおけるコスト係数の制御

田中敏雄　　古谷立美

電子技術総合研究所

1．まえがき

Hopfieldネットワークでは、ニューロンの状態が変化する度に、必ずエネルギーが減少することが確かめられている。我々はこのことに着目し、全ニューロンの中からエネルギー減少量が最大となるニューロンのみを選択的に状態変化させる方法を提案し、この方法を巡回セールスマン問題（ＴＳＰ）へ適用した結果については、既に報告している[1]。その結果をまとめると、「都市配置により最適なコスト係数が存在し、最適なコスト係数に設定すれば極めて高い割合で（準）最適解が得られる。」ということを示した。しかし、最適なコスト係数の設定の仕方が問題点として残されていた。本稿ではコスト係数の制御法を提案する。

2．ＴＳＰの解法

ＴＳＰは、一人のセールスマンがＮ個の都市を一度ずつ訪問し、出発した都市に戻るような経路のうちで、最短の経路を求める問題である。Hopfieldは、都市数をＮとすると、Ｎ×Ｎ個のニューロンを用いて、各都市を行に、列を巡回順序に対応させて、各行、各列に”１”が一つだけあるニューロンの状態により解を表現している。ＴＳＰを解くためのエネルギー関数は、以下のようになる。

$$E=A/2\left(\sum_x\left(\sum_i V_{xi}-1\right)^2+\sum_i\left(\sum_x V_{xi}-1\right)^2\right)+B/2\sum_x\sum_{y\neq x}\sum_i d_{xy}V_{xi}\left(V_{y,i+1}+V_{y,i-1}\right)+A\sum_x\sum_i V_{xi}\left(1-V_{xi}\right) \quad (1)$$

ｘ、ｙは都市、ｉは訪問順、d_{xy}は都市ｘ、ｙ間の距離を表す。第１項は、各都市が一度だけ訪問されるという行方向の制約と同時には一つの都市しか訪問できないという列方向の制約を表している。第２項は、短い距離を指向させるためのコスト項である。第３項は、第１項により発生するネットワークの結合行列中の主対角要素w_{ii}を、ちょうど消去するように設計されている項である。結合荷重とバイアスを求めると以下のようになる。

$$W_{xi,yj}=-A\left\{\delta_{xy}\left(1-\delta_{ij}\right)+\delta_{ij}\left(1-\delta_{xy}\right)\right\}-B\,d_{xy}\left(\delta_{j,i+1}+\delta_{j,i-1}\right) \quad (2)$$

$$I_{xi}=A \quad (3)$$

$$\delta_{ij}=1\ (i=j),\quad =0\ (i\neq j)$$

入力の総和U_{xi}は、次式で与えられる。

$$U_{xi}=-A\left(\sum_{j\neq i}V_{xj}+\sum_{y\neq x}V_{yi}\right)-B\sum_{y\neq x}d_{xy}\left(V_{y,i+1}+V_{y,i-1}\right)+A \quad (4)$$

3．コスト係数の制御

（準）最適解を効率よく求めるためには、制約条件を満たす最大のコスト係数Ｂの値に設定する必要がある。

エネルギー減少量が最大となるニューロンのみを選択的に状態変化させる方法では、初期状態は全て”１”に設定され、各行、各列に”１”が１個だけになったときが解になる。従って、制約条件を満たす最大のＢの設定の仕方として次のようなコスト係数の制御方法が考えられる。

以下では、説明を簡単化するためにニューロンの出力は２値で、都市数は４であるとする。まずコスト係数の初期値は、制約項の係数Ａよりも充分大きな値に設定する。最初に、状態遷移するニューロンの数が各行、各列１個になるような制約条件下でコスト係数が最大値を採るように制御する。

エネルギー減少量が最大となるニューロンを選択することは、（４）式において、入力の総和が最小のニューロンを探すことに相当する。従って、都市間の距離の総和が最大のニューロンが最初に”０”へ状態遷移する。例えば、図１（ａ）に示すようにN_{B3}のニューロンが”０”に変化したとする。次に状態遷移するニューロンは、コスト係数の値が大きいために図１（ａ）に示した横長の四角で囲まれた”１”のニューロンの１つが選択される。しかし、四角で囲まれたニューロンは、既に、状態遷移するニューロンの数が各行、各列１個である制約条件を満たしているのでこれ以外のニューロンを選択しなければならない。そのためにはコスト係数の値を減少させる。コスト係数の値を減少させて行くと、やがて四角で囲まれたニューロン以外のニューロンが選択される。選択されるニューロンは、制約項の値は同一であるから都市間の距離の総和が２番目に大きいニューロンが選択される。例えば、Ａ都市がそうであるとすると、図１（ｂ）に示すようにN_{A1}のニューロンが”０”に変化する。このときのコスト係数Ｂの値は、次式で与えられる。

Ｂ＝Ａ／（距離の総和の最大値−２番目に大きい距離の総和値）　（５）

このＢの値が、このときのコスト係数の最大値になる。同様に、その次に状態遷移するニューロンは、図１（ｂ）の四角で囲まれたニューロン以外のニューロンが選択されるようにコスト係数Ｂの値を制御する。この場合も、このＢの値が、このときのコスト係数の最大値になる。この様にして、状態遷移するニューロンの数が各行、各列１個になるような制約条件下でコスト係数が最大値を採るように制御される。ここで、状態遷移するニューロンの数が各行、各列１個である制約条件下でのコスト係数の最小値を求める。例えば、図１（Ｃ）に示すように、”０”のニューロンが各行、各列１個になった状態を考える。制約項とコスト項がバランスする最小のＢの値を求める。例えば、N_{B2}のニューロンに着目すると、

Cost Coefficient Control Method for Solving Optimization Problems on Hopfield-type Neural Networks

Toshio TANAKA, Tatsumi FURUYA

Electrotechnical Laboratory

$$4A = B\ (d_{BA} + 2d_{BC} + 2d_{BD})$$

ここで距離データは、最大が１になるように規格化しているから

$$B > 4/5 \cdot A \qquad (6)$$

になる。この関係は、他の”１”状態のニューロンについても成り立つ。従って、状態遷移するニューロンの数が各行、各列１個である制約条件下では、ネットワークが全てこの条件を満たす状態になるか、あるいはコスト係数Ｂが（６）式の関係を満足しなくなったときに、次のステージへ移る。その際コスト係数の値は、（６）式の関係を満足している場合は、そのＢの値を引き継ぐ。満足していない場合は、満足しなくなった直前のＢの値を引き継ぐとする。

この２番目のステージでは、状態遷移するニューロンの数が各行、各列２個になるような制約条件下でコスト係数が最大値を採るように同様に制御する。この様なコスト係数の制御を（Ｎ－２）番目のステージまで行う。（Ｎ－２）番目のステージが終了すると、本来のネットワークの動作に戻る。尚、コスト係数の初期値Ｂｉは、（５）式で与えられるコスト係数の値よりも大きな値に設定すれば良いことが分かる。

４．　シミュレーション

４．１　状態遷移規則

ニューロンの出力は連続値を採るとする。状態遷移規則は、条件が満たされれば２個のニューロンの同時変化を許す以下に示す規則を用いている[1]。

ニューロンの以前の状態が$V_{xi}{}^{t} = 1$のニューロン中で入力の総和が最小（$U_{xi,min}$）のニューロンを１個探し、そのニューロンの出力をシグモイド関数を通して変化させる。

ニューロンの以前の状態が$V_{xi}{}^{t} < 1$のニューロンの中で入力の総和がそのときの$U_{xi,min}$よりも大きいものが存在するならば、それらのニューロンの中で入力の総和が最大（$U_{xi,max}$）のものを１個だけ選択し、そのニューロンの出力を１にする。もしこの条件が満足されないならば、状態変化しない。

４．２　結果

実験は、１０都市について行った。ここでは、Hopfieldが示した１０都市と同一都市配置を一つの例題として取り挙げる。図２にシミュレーション結果を示す。最小経路からのずれは、各コスト係数Ｂ、及び、コスト係数の初期値Ｂｉの値でそれぞれ１００回行ったときの平均値である。図中の破線が、コスト係数を固定した従来の結果であり、実線が、コスト係数を制御した今回の結果である。尚、制約項の係数はＡ＝２で、シグモイド関数の傾きは$T_m = 8$に設定している。図２より、コスト係数の初期値Ｂｉが２．１４以上では、最小経路からのずれがほとんど変化していないことが分かる。これは、この都市配置の場合（５）式より、Ｂｉ＝２．１４になることから、説明できる。また、最小経路からのずれは、最適なコスト係数に設定したときの従来の値とほぼ同程度の値が得られていることが分かる。このことは、コスト係数の値が最適なコスト係数の範囲に制御されていると考えられる。

図３に代表的なコスト係数の変化の様子を示す。コスト係数の初期値はＢｉ＝３に設定している。ステップ数は、経路が得られるまでに状態遷移する数である。図３より、ステップ数の大部分（７０～９０％）において、コスト係数の値は、図２の従来の最適なコスト係数の範囲（１．５～２．０）で動作していることが分かる。

	1	2	3	4
A	1	1	1	1
B	1	1	0	1
C	1	1	1	1
D	1	1	1	1

（ａ）

	1	2	3	4
A	0	1	1	1
B	1	1	0	1
C	1	1	1	1
D	1	1	1	1

（ｂ）

	1	2	3	4
A	0	1	1	1
B	1	1	0	1
C	1	0	1	1
D	1	1	1	0

（ｃ）

図１　コスト係数の制御

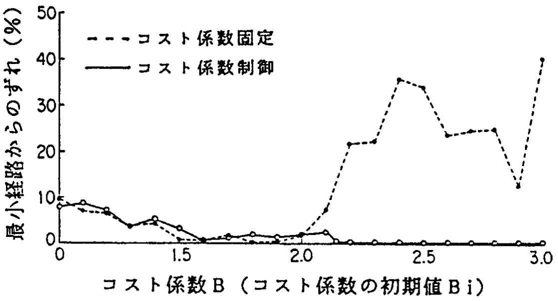

図２　コスト係数Ｂ（コスト係数の初期値Ｂｉ）とＥｒｒｏｒ Ｒａｔｅの関係

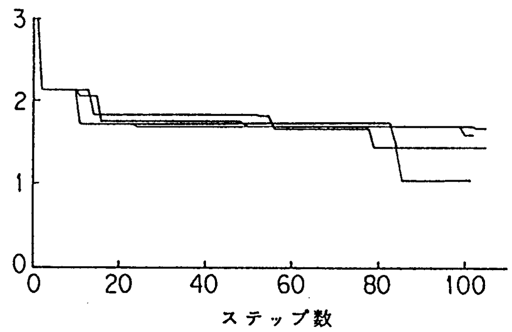

図３　ステップ数に対するコスト係数の変化

５．まとめ

状態遷移するニューロンの数を規定し、その制約条件下でコスト係数の値が最大値を採るように制御する、コスト係数の制御法を提案した。コスト係数の値は、ほぼ最適なコスト係数の範囲に制御されることを示した。

参考文献

1）田中、秋山、古谷：ｴﾈﾙｷﾞｰ減少量が最大となるﾆｭｰﾛﾝのみを選択的に状態変化させるﾎｯﾌﾟﾌｨｰﾙﾄﾞ型ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄ、信学技法 NC91-61、pp. 97-104(1991).