

遅れ和をもつ1機械スケジューリング問題と確率的探索法 : 数値実験による性能評価

3X-9

吉川博文

日本アイ・ビー・エム株式会社

1. はじめに

遅れ和を最小とするジョブの処理順序を求める1機械の場合のスケジューリング問題は、現実の生産工程にあらわれるスケジューリング問題の中で最も基本的な要素のひとつだが、組み合わせ問題としてはNP完全であることが知られている¹。ジョブの数が比較的少数な場合については、高速に最適解を求めるためのアルゴリズムがいくつか提案され、またそれらの数値実験的な性能評価がおこなわれてきているが^{2,3}、ジョブの数が大きい場合、とりわけジョブが重みづけを持つ場合は最適解を求めるための有効な手法は得られていない。本論文では、ジョブの数が大きい場合(50および100)の問題に対して、より最適に近い解を求めるための確率的探索手法であるシミュレーテッド・アニーリング⁴を適用し、数値実験による解の性能評価をおこなう。

2. 1機械の場合の遅れ和問題

1機械で処理されるジョブを j ($j=1,2,\dots,n$)であらわし、 p_j, d_j をそれぞれジョブ j の処理時間および納期とする。このときジョブ j の納期遅れ T_j が次式で定義される:

$$T_j = \max\{C_j - d_j, 0\}$$

$$C_j = \sum_{k=1}^j p_{\dots, [k]}$$

[k]はjに先行するジョブ

ジョブ j の重みを w_j とすると、重み付きの遅れ和および重みを持たない遅れ和が、納期遅れ T_j を用いてそれぞれ次のように定義される:

$$(\text{重み付き遅れ和}) = \sum_{j=1}^n w_j T_j$$

$$(\text{重み無し遅れ和}) = \sum_{j=1}^n T_j$$

これらの遅れ和を最小とするようなジョブの処

理順序を求める問題はNP完全なクラスに属し、ジョブの数が大きくなるにしたがって、厳密な最適解を求めることが極めて困難となる。したがって、この場合最適解により近い解を求める手法の適用が求められる。

3. シミュレーテッド・アニーリング

本論文では、ジョブの数が50および100の場合の遅れ和問題について近似解探索法であるシミュレーテッド・アニーリングを適用し、得られる解の性能評価をおこなった。シミュレーテッド・アニーリングは近傍探索を用いて初期解を漸次改善する手法で、改善の途中で局所最適解におちいるのを避けるために確率的に評価の悪い解も選択するものである。この手法は、現在組み合わせ最適化のさまざまな分野で広く用いられているが、シミュレーテッド・アニーリングからより高い性能を引き出すためには、それぞれの問題の構造に応じた種々のパラメータ類および条件の設定をおこなう必要がある。しかしながら、問題に最適なパラメータの設定をおこなうことは一般的に容易なことではない。

本論文では近傍探索法として、隣接対交換と全対交換のふたつのものを適用し、比較評価した。隣接対探索法は最適化のための実行時間を短縮するために用いられることのある近傍探索法である。また初期解としては、実際の製造ラインでしばしば用いられるEDD(Earliest Due Date)法によって得られるものを適用した。シミュレーテッド・アニーリングによって得られた解の評価は、EDD法による初期解からの改善の程度によりおこなった。

4. 実験データの設定

Single Machine Tardiness Scheduling Problem and Stochastic Search Methods
: Experimental Performance Evaluation

Hirofumi YOSHIKAWA

IBM Japan, Ltd.

ジョブの処理時間 p_j は平均値 100、分散 25 を持つガウス分布から生成し、重み w_j は最小値 1、最大値 10 を持つ一様分布から生成した。また納期 d_j は最小値

$$P \cdot (1 - r - R/2) \quad (1)$$

および最大値

$$P \cdot (1 - r + R/2) \quad (2)$$

$$; P = \sum_{j=1}^n p_j$$

を持つ一様分布から生成した。これらの分布に従う実験データをランダムに 20 個生成し、それらの各々にシミュレーテッド・アニーリングを適用した。次の第 5 節で述べる結果は、そこで得られたものの平均値である。

5. 実験結果

実験は (1)、(2) 式における R と r の種々の組み合わせについておこなわれたが、ここではジョブの納期の期間が短く ($R=0.2$)、かつ納期遅れを起こしているジョブの数が少ない ($r=0.2$) 場合について結果を示す。

A) 重み付き遅れ和の場合

ジョブ数	EDD	隣接対	全対
50	100(*)	19.09	10.53
100	100(*)	21.01	9.41

B) 重み無し遅れ和の場合

ジョブ数	EDD	隣接対	全対
50	100(*)	38.27	27.75
100	100(*)	41.65	26.17

表は EDD 法を適用して得られるジョブ列の遅れ和を基準、すなわち 100(*) とし、この値に対する相対的な評価値を示している。隣接対交換と全対交換の両近傍探索法については、性能比較が対等なものになるように、シミュレーテッド・アニーリング実行時の各冷却ステップで同じ回数だけ探索を繰り返している。したがって、最終的な解を得るために要した時間は、両者ともほぼ同じである。

この表から、シミュレーテッド・アニーリング重みがある場合と無い場合のいずれの場合も、EDD 法によって得られるジョブ列 (初期解) を大きく改善することがわかる。また、全対交

換による近傍探索法は隣接対交換によるものよりも優れていることがわかる。さらにこれらの差異は、ジョブ数が 50 の場合よりも 100 の場合のほうが大きい。

6. おわりに

重みを持つ場合と持たない場合の遅れ和を最小とするジョブのスケジューリング問題の解を、シミュレーテッド・アニーリングを用いて求めた。結果の評価は EDD 法による初期解との相対的な比較でおこない、この初期解が著しく改善されることを示した。また近傍探索法として、隣接対交換と全対交換のふたつの手法の性能比較をおこない、全対交換がより良い結果を生成することを明らかにした。

ここで述べた他にも、シミュレーテッド・アニーリングの性能評価項目にはさまざまなものが考えられる。この手法の性能は解の構造に依存するが、フラクタル条件に基づいた解構造の解析、さらに減少法やタブ・サーチ法など他の近傍探索法との性能比較等、より広範で詳細な内容が文献 5 の中で述べられている。

参考文献

1. M.R. Garey and D.S. Johnson, Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. W.H. Freeman and Company, 1979.
2. K.R. Baker and J.B. Martin, An experimental comparison of solution algorithms for the single-machine tardiness problem, Naval Res. Log. Quat., 21, 1974, pp.187-199.
3. C.N. Potts and L.N. van Wassenhove, A branch and bound algorithm for the total weighted tardiness problem, Operations Research, 33, 1985, pp.363-377.
4. S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt Jr. and M.P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, Science, 220, 1983, pp.671-680.
5. H. Yoshikawa, An Experimental Comparison of Neighborhood Search Algorithms for Large-Scale Single Machine Tardiness Problems, (to be submitted to March 1993 IEEE International Workshop).