

5X-6

コンピュータによるテスト編集管理システム(XVI)

滝沢武信, 山下元(早大), 横井正宏(玉川大), 西村和子(川村女子大)

1. まえがき

CATCシステム CARAT (Computer-Assisted Retrieval and Analysis for Test-items) および  $\mu$ -CARATの概要, IRS分析 (Item Relational Structure Analysis), ファジ理論を応用した FRS分析 (Fuzzy Relational Structure Analysis)の各手法については前回までに発表した。

その後, 山下らにより, 新しい近似3値化法とその近似3値化法によるアイテムの順序構造グラフとファジイクラスタ分析法によるアイテムの類似構造グラフとを総合した認知構造分析法の提案がなされ, システムが拡張された。今回はこれらについて述べる。

2. 近似3値化法

$p \in [0, 0.5]$  であるとき, ファジイグラフ  $F = (f_{ij})$  の  $p$ -グラフ  $F^p, F$  と  $F^p$  との距離関数  $d(p), F^p$  のクリスプ度関数  $c(p)$ 等は次により定義される。

$$F^p = (f_{ij}^p), f_{ij}^p = \begin{cases} 1 & (f_{ij} > 0.5 + p) \\ 0 & (f_{ij} < 0.5 - p) \\ 0.5 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$d(p) = 2 \sum |f_{ij} - f_{ij}^p| / (n^2 - n) \in [0, 1] \quad (2.2)$$

$d(p)$  の最大値は  $d(0)$  または  $d(0.5)$  であり, それを  $d_{max}$  とかく。 $d(p)$  の最小値は  $d(0.25)$  である。

$$c(p) = \varphi(p) / (n^2 - n) \in [0, 1] \quad (2.3)$$

但し,  $\varphi(p)$  は  $f_{ij}^p (i \neq j)$  の中の0または1の(クリスプな)要素の個数とする。 $c(p)$  の最大値は  $c(0)$  である。 $c(p)$  の最小値は  $c(0.5) = 0$  である。

注意: 任意の  $i, j (i \neq j)$  に対し  $f_{ij} = 0.5$  であれば,  $d(p) \equiv 0$  かつ  $c(p) \equiv 0$  である。

$F$  と  $F^p$  の近似度を表すファジイ集合を  $D, F^p$  のクリスプ度を表すファジイ集合を  $C$  とすると, それらのメンバーシップ・ファンクション  $f_D(p), f_C(p)$  は

$$f_D(p) = (d_{max} - d(p)) / (d_{max} - d(0.25)) \quad (2.4)$$

$$f_C(p) = c(p) / c(0) \quad (2.5)$$

である。但し, 任意の  $i, j (i \neq j)$  に対し  $f_{ij} = 0.5$  であれば,  $f_D(p) = 1$  かつ  $f_C(p) = 1$  である。これより, ファジイ決定  $E = D \cap C$  のメンバーシップ・ファンクション

$$f_E(p) = f_D(p) \wedge f_C(p) \quad (2.6)$$

さらに,  $E$  の最大化決定

$$p^* = \min\{p \mid f_E(p) = \max_{0 \leq x \leq 0.5} f_E(x)\} \quad (2.7)$$

が得られる。ファジイグラフ  $F$  の近似3値グラフ  $F^*$  は  $p^*$  を用いて, 次の様に定義される。

$$F^* = (f_{ij}^*), f_{ij}^* = \begin{cases} 1 & (f_{ij} > 0.5 + p^*) \\ 0 & (f_{ij} < 0.5 - p^*) \\ 0.5 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (2.8)$$

$F^*$  は,  $F$  の3値構造を近似的に表す最適なファジイグラフといえる。

3. 認知構造分析とシステムの拡張

教育データの分析を行う場合, クラスタ分析によりアイテムを同値類に類別し, そこに, 上で述べた近似3値化法により順序構造を導入したグラフは学習者の認知構造を表すと考えられる。このグラフを認知構造グラフという。

今回の拡張部分は  $\mu$ -CARAT の FRS 分析部分の修正, 拡張によりシステムに取り入れられた。

4. 事例研究

$m$  人の被験者  $\{u_k\}$  に  $n$  項目のテスト  $\{v_i\}$  を行った得点データの行列  $X = (x_{ki})$  より, クロス集計表(図1)を作成する。ここで,

$$S = (s_{ij}), s_{ij} = (a + d) / m \in [0, 1] \quad (4.1)$$

$$F = (f_{ij}), f_{ij} = (a + d) / [(a + c) + (c + d)] \in [0, 1] \quad (4.2)$$

但し,  $a = c = d = 0$  のときは  $f_{ij} = 1$

と定義すると, ファジイグラフ  $S$  は類似構造グラフ, ファジイグラフ  $F$  は順序構造グラフとなる。

ここで, 高校数学(順列)への適用について述べる。教材

	$v_j$	1	0	Total
$v_i$				
1		$a$	$b$	$a + b$
0		$c$	$d$	$c + d$
Total		$a + c$	$b + d$	$m$

図1. クロス集計表

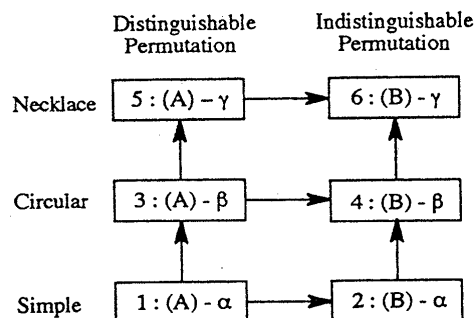


図2. 教材構造グラフ

CARAT (Computer-Assisted Retrieval and Analysis for Test-items) System

Takenobu TAKIZAWA<sup>1</sup>, Hajime YAMASHITA<sup>1</sup>, Masahiro YOKOI<sup>2</sup>, Kazuko NISHIMURA<sup>3</sup>

1. WASEDA Univ., 2. TAMAGAWA Univ., 3. KAWAMURA Univ.

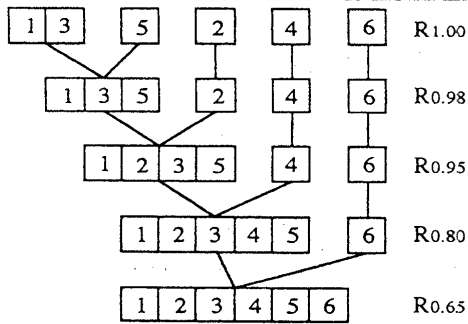


図3. 分割樹形図

構造グラフ(図2)に基づいた講義の後、行ったテストから $S$ の推移的閉包 $\hat{S}$ のカットによる同値類を順次作ることにより分割樹形図(図3)が作成される。一方 $F$ より、ファジイ最大化決定 $p^* = 0.09$ が得られ(図4)、近似3値グラフ $F^*$ (図5)が作成される。それらを統合して、最後に認知構造グラフ $\Phi^*$ (図6)が得られる。

なお、適用事例の詳細については講演発表の際に述べる。

5. あとがき

本研究に関して多くのご助言をいただいた早稲田大学の洲之内治男教授、宮城教育大学の森岡正臣助教授、国学院高校の津田栄教諭、目黒高校の勝又保雄教諭、拓殖大学工学部の竹谷誠教諭、早大系属早実の祝原進一教諭、箭内顕彦教諭、松本史郎教諭、育英高専の木戸能史教授、淑徳高校の箭内美智子講師、川村女子学園の山田教子教諭、および、カリフォルニア大学のL.ザデー名誉教授に感謝する。

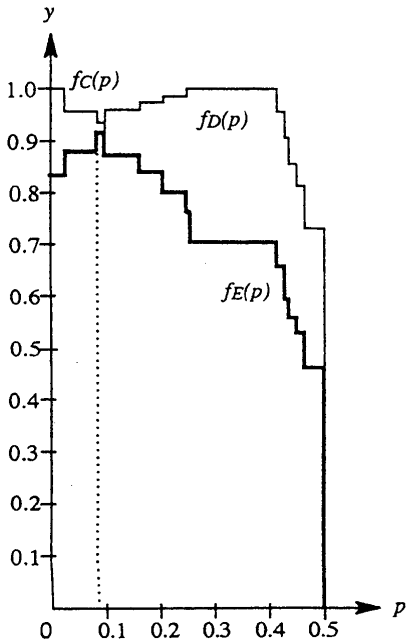


図4. ファジイ決定

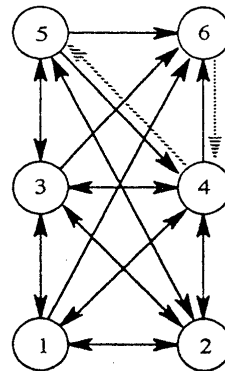


図5. 近似3値グラフ

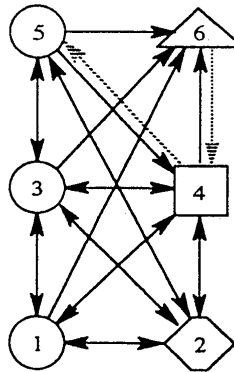


図6. 認知構造グラフ

参考文献

- [1] 滝沢, 山下, 横井, 森岡, 箭内: コンピュータによるテスト編集管理システム(VI), 情報処理学会第24回全国大会, 1982.
- [2] 滝沢, 山下, 祝原, 横井, 森岡: コンピュータによるテスト編集管理システム(XII), 情報処理学会第35回全国大会, 1987.
- [3] 滝沢, 山下, 祝原, 横井, 森岡: コンピュータによるテスト編集管理システム(XIII), 情報処理学会第37回全国大会, 1988.
- [4] 滝沢, 山下, 祝原, 横井, 森岡: コンピュータによるテスト編集管理システム(XV), 情報処理学会第41回全国大会, 1990.
- [5] 西田, 竹田: ファジイ集合とその応用, 森北出版, 1978.
- [6] 山下: ファジイグラフの近似構造分析と応用, 電子情報通信学会技研報告ET91-46, 1991.
- [7] 山下, 滝沢, 西村, 勝又, 津田: ファジイグラフを応用した教材構造分析システム, 日本科学教育学会第16回年会, 1992.
- [8] Nishimura, Yamashita, Takizawa: Approximate Analysis System of Instruction and Cognition, 8th ICTE, 1991.
- [9] Takizawa, Yamashita, Nishimura: Approximate Analysis Method of Instruction and Cognition, 10th NAFIPS, 1991.