2B−6

フラクタル理論を用いた画像圧縮に関する検討

加藤 誠巳　長屋 茂喜　吉田 多良
(上智大学理工学部)

1 まえがき

近年,注目を集めている新しい画像圧縮手法としてフラクタル画像圧縮法がある.この手法では原画像データが約1000分の1程度に圧縮される[1].しかし,既に報告されている手法では対象画像の濃度量子化レベル数が小さく,インタラクティブにしか行えなかった.そこで充分大きい濃度量子化レベル数を持つ濃淡画像に対するフラクタル画像圧縮の自動化の実現が望まれる.本稿ではフラクタル補間による濃淡画像の自動圧縮を目指したアルゴリズムについての検討を行った結果について述べる.

2 フラクタル理論

ここでは,このアルゴリズムの背景となる理論について説明する.

1. IFS(Iterated Function Systems)理論

   対象図形をTとし,対象図形にアフィン変換w_i $(i=1,2,...N)$を施した図形を$w_i(T)$,和集合によって得られる近似図形をT'とすると$T'=\bigcup w_i(T)$と定義される.この縮小アフィン変換群w_iと各変換の生起確率P_iの組をIFSコードと呼び,T'はIFSコードのみから構築することができる.すなわち,初期値座標(x_0,y_0)に対しIFSコードを用いて点の変換を再帰的に繰り返すことによって得られた点の極限集合をアトラクタといい,これがT'となる.

2. フラクタル補間

   与えられた一次元データ系列$(x_0,y_0).....(x_N,y_N)$に対する補間近似として,全区間$x_0 \le x \le x_N$の曲線を縮小アフィン変換したものが各小区間$x_i \le x \le x_{i+1}$の曲線になるような補間手法をフラクタル補間という.

3. フラクタル次元

   ある図形が全体を$1/a$に縮小した相似図形a^D個によって構成されているとき,その図形の次元はDである定義する.すなわち,全体を$1/a$に縮小した相似図形b個によって構成されているとき,その図形の次元Dは次式で与えられる.

$$D=\log_a b$$

3 フラクタル補間による圧縮アルゴリズムの概要

本手法は空間周波数スペクトルがフラクタル性を有することと,周波数領域での近似誤差は直接的な画素レベルでの近似誤差に比べて視覚特性への影響が小さいという性質を利用している.まず二次元データ系列を一次元データ系列に変換し,この一次元データ系列に対し,最適なフラクタル補間を行うことによって画像圧縮を行う.以上により,IFS探索に要する計算量を小さくすることができ自動化が容易になる.しかし,最適フラクタル補間問題は計算量が大きいので,以下で述べるようにパラメータ数を削減して計算量を小さくするような工夫が必要となる.

1. 圧縮アルゴリズムの概要

   対象とする画像は充分な濃度量子化レベル数を持つ濃淡画像で,入力画像を小ブロック画像に分割して2次元DCT(離散コサイン変換)を行い,空間周波数成分に変換したあと特定の方法でスキャンを行なって1次元系列化したデータを扱う.

   符号化:

   (a) 入力画像をkドット×kドットを単位とする小ブロック画像に分割する.
   (b) 小ブロック画像に対し2次元DCTを行い空間周波数成分に変換する.
   (c) 2次元データ系列を特定の方法でスキャンし$k\times k$個の1次元データ系列にする.
   (d) 1次元データ系列に対してフラクタル補間を行い,補間点と垂直方向縮小パラメータd_i $(i=0,1,...N-1)$を生成する.

   復号化:

   (a) 補間点と垂直方向縮小パラメータd_i $(i=0,1,...N-1)$を使ってフラクタル補間曲線を再生する.
   (b) フラクタル曲線で得られた1次元データ系列を2次元データ系列にする.
   (c) 逆DCTを行いブロック画像を生成し,ブロック画像を結合して出力画像を生成する.

2. アルゴリズムの高速化

   (a) 補間点とフラクタル次元

   マッチングを取る1次元データ系列のフラクタル次元は1.0以上あるので,以下の式が成り立つ.

$$\sum_{i=0}^{N-1} |d_i| > 1$$

A Consideration on Image Data Compression using Fractal Theory
Masami KATO, Shigeki NAGAYA, Taro YOSHIDA
Sophia University

そして，フラクタル次元Dは次式から求められる[3].

$$\sum_{i=0}^{N-1} | d_i | a_i^{D-1} = 1$$

ここで，a_i は

$$a_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_N - x_0}$$

で与えられる．よって，補間点が決まれば1次元データ系列のフラクタル次元Dからd_iに関する方程式が得られd_iのパラメータ数を1つ減少させることができる．

(b) 補間点と積分値

元の図形の積分値と縮小アフィン変換した後の図形の積分値の関係から次のことが分かる．ある関数$f(x)$とフラクタル補間を行う縮小アフィン変換群Tとの間には，

$$(Tf)(x) = f(x)$$

なる関係が成り立つ．さらに$f(x)$が連続関数ならば，

$$\begin{aligned} I &= \int_{x_0}^{x_N} f(x)dx = \int_{x_0}^{x_N} (Tf)(x)dx \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} (Tf)(x)dx \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \int_{x_0}^{x_N} (c_i x + d_i f(x) + f_i) d(a_i x + e_i) \\ &= \alpha I + \beta \end{aligned}$$

ここで，

$$\alpha = \sum_{i=0}^{N-1} a_i d_i, \ \beta = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \int_{x_0}^{x_N} (c_i x + f_i) dx$$

とする．また一般的に$|\alpha| < 1$であり，かつ

$$\beta = \int_{x_0}^{x_N} f_0(x)dx$$

となる．ここで，$f_0(x)$は直線補間の関数であり

$$\int_{x_0}^{x_N} f(x)dx = \frac{\beta}{(1-\alpha)}$$

となる[3]．よって，補間点が決まれば元の関数の定積分値からd_iに関する方程式が得られd_iのパラメータ数を1つ減少させることができる．

4 結果

分割するドット数を$k = 8$ドットとしジグザグスキャンした1次元データ系列（ここでは直流成分と分散が極度に大きいデータの2つは除外している)，それに対して本アルゴリズムを適用して近似させたフラクタル補間曲線，それから得られた1次元データ系列を図1〜3に示す．

5 むすび

本稿では，小ブロック画像データに対して2次元DCTを施した後，1次元系列化したデータに対してフラクタル補間を行うことにより画像圧縮を行う手法について述べた．

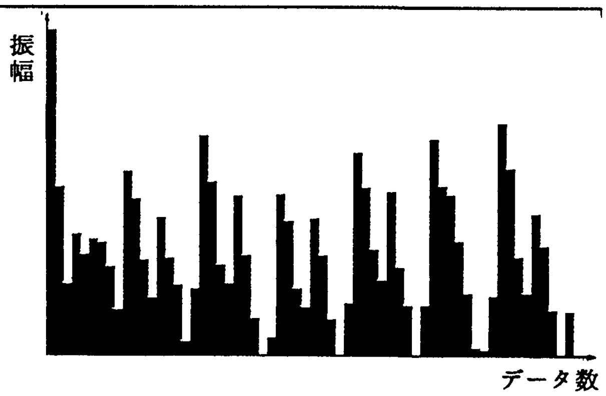

図1 1次元データ系列に直した画像データ

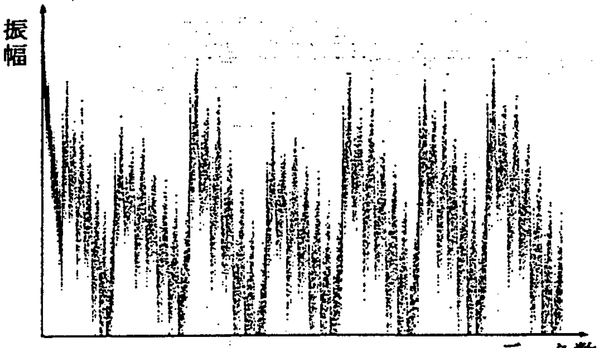

図2 フラクタル補間曲線

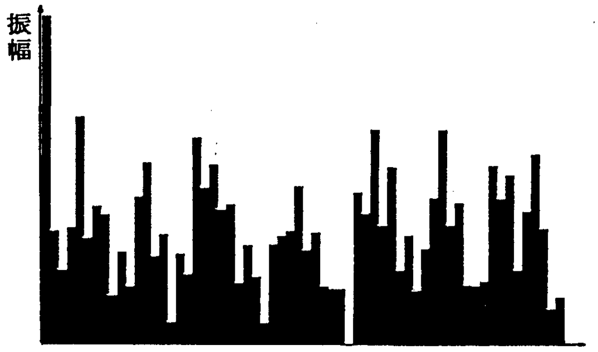

図3
フラクタル補間曲線から得られた1次元データ系列

現在のところ最適フラクタル補間探索に多大な計算所要時間が必要であり，いかに最適フラクタル補間探索を高速化するかが今後の課題である．またブロック画像の大きさや2次元データの1次元系列化の方法，補間点数の決め方も検討の要がある．最後に有益な助言を戴いた本学マルチメディアラボの諸氏に謝意を表する．

参考文献

1. 高安秀樹 高安美佐子："フラクタルって何だろう"，ダイヤモンド社 (1988).

2. M.F.Barnsley: "A Better Way to Compress Image", BYTE(1988−01).

3. M.F.Barnsley: "Factal Everywhere", Academic Press(1988).

4. 奥村 晴彦: "C言語による「最新」アルゴリズム辞典", 技術論社 (1991).

5. 安田 浩: "マルチメディア符号化の国際標準", 丸善 (1991).