

4B-2

# Zernikeモーメントを用いた 回転角推定法

山内 浩一 塩山 忠義  
京都工芸繊維大学

## 1.はじめに

産業分野において生産工程を自動化する際、人間の目に代わる視覚機能として画像計測による物体の位置や運動パラメータの推定が重要となっている。

画像面と平行な平面内で運動する図形の回転角は回転前後の2画像の図形の特徴点や特徴線の対応関係から推定できる。例えば回転前後の図形の主軸方向の変動量から推定できる。しかし、この特徴点や特徴線は必ずしも存在するとは限らない。また、その対応関係を知ることは一般に困難である。

我々はこの対応関係を必要とせず、ノイズに対して頑健な回転角推定法を提案した<sup>1)</sup>。本報告では推定精度を更に向上的ための手法を検討した結果を報告する。

## 2. Zernikeモーメント

単位円内の任意の関数  $f(x, y)$  はZernike多項式<sup>2)</sup>  $V_{nl}$  を用いて次のように展開することができる。

$$f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=-n}^{n} A_{nl} V_{nl}(r, \theta) \quad (1)$$

ここで、展開係数  $A_{nl}$  は複素Zernikeモーメントと呼ばれ、次式により定義される。

$$A_{nl} = \frac{n+1}{\pi} \iint f(x, y) [V_{nl}(r, \theta)]^* dx dy = (A_{n-l})^* \quad (2)$$

ただし  $l$  は次の条件式を満たす整数值をとる。

$$n-l=even, \quad |l| \leq n$$

また、式(1)の実数値展開は次式のように表される。

$$f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^n (C_{nl} \cos l\theta + S_{nl} \sin l\theta) R_{nl}(r)$$

但し  $R_{nl}(r)$  は  $V_{nl}(r, \theta)$  の  $r$  に関する成分である。  
( $C_{nl}, S_{nl}$ ) と  $A_{nl}$  との関係は次式で表される。

$$C_{nl} = 2 \operatorname{Re}(A_{nl}), \quad S_{nl} = -2 \operatorname{Im}(A_{nl}) \quad (l > 0)$$

$$C_{n0} = A_{n0}, \quad S_{n0} = 0$$

## 3. Zernikeモーメントを用いた回転角推定法

パターン関数  $f(x, y) = f(r, \theta)$  が回転角  $\theta_0$  の回転変換を受けて  $f'(r, \theta)$  になったとすると次式の関係が成立する。

$$f'(r, \theta) = f(r, \theta - \theta_0)$$

$f(r, \theta)$  に対するZernikeモーメントを  $A_{nl}$  とすると変換後の  $f'(r, \theta)$  に対するZernikeモーメント  $A'_{nl}$  は式(2)より次式のように表される。

$$A'_{nl} = A_{nl} \exp(-il\theta_0)$$

また、( $C_{nl}, S_{nl}$ ) は次式の変換を受ける。

$$C'_{nl} = C_{nl} \cos l\theta_0 - S_{nl} \sin l\theta_0$$

$$S'_{nl} = C_{nl} \sin l\theta_0 + S_{nl} \cos l\theta_0 \quad (3)$$

従つて、回転前後の画像から次数  $n$  が  $N_{max}$  次までの ( $C_{nl}, S_{nl}$ )、( $C'_{nl}, S'_{nl}$ ) を求めることにより、式(3)から回転角  $\theta_0$  を推定する事ができる。しかし、推定精度は

$n, l$  に大きく左右されると考えられるので、複数の  $n, l$  に対する ( $C_{nl}, S_{nl}$ )、( $C'_{nl}, S'_{nl}$ ) を推定に用いる方が良い。これは次の誤差の評価関数  $c^2$  に関する最小自乗法によつて  $\theta_0$  を推定することに帰着される。

$$c^2 = \sum_{n=0}^{N_{max}} \sum_{l=-n}^n [(C_{nl} - C'_{nl} \cos l\theta_0 - S_{nl} \sin l\theta_0)^2 + (S_{nl} - C'_{nl} \sin l\theta_0 + S'_{nl} \cos l\theta_0)^2]$$

これを最小にする  $\theta_0$  は解析的には求めることができない。しかし、 $l$  を一定とする  $\theta_0^*$  と  $\partial c^2 / \partial \theta_0 = 0$  から

$$\theta_0^* = \frac{1}{l} \tan^{-1} \left[ \frac{\sum_{n=1}^{N_{max}} (S_{nl} C'_{nl} - C_{nl} S'_{nl})}{\sum_{n=1}^{N_{max}} (C_{nl} C'_{nl} + S_{nl} S'_{nl})} \right] \quad (4)$$

となる。文献1)の方法では  $l$  を適当な値に固定し、式(4)を用いて回転角の推定を行っていたが、これだけでは  $N_{max}$  次までのモーメントの一部しか推定に用いない事になる上、一定とする  $l$  によって推定精度が大きく左右されてしまった。そこで今回は次のような繰り返し法を考えた。

1)  $l$  を一定とし、式(4)から初期解  $\theta_1$  の値を求める。

$$2) d\theta = -a \frac{dc^2}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_1} \text{ を求める。}$$

3)  $d\theta > \tau$  であれば、 $\theta_1 = \theta_1 + d\theta$  として 2) へ戻る。そうでなければ近似解  $\theta_1$  を本推定法の推定角とする。ここで  $a$  は正の比例定数であり本推定法では可変としている。また、 $\tau$  はしきい値である。

## 4. 数値実験及び考察

本研究では、実験の対象図形として図1に示す3回軸対称図形、及び図2に示す五大湖のヒューロン湖の空中写真の2値画像を用いた。図1の図形を図形1、図2の図形をヒューロンと呼ぶことにする。これらのモデル図形に回転変換を与えて6°ずつ方向の異なる20枚の画像を得、それらを回転前の入力画像とした。更にこれらの画像を各々  $\theta_0$  だけ回転して得られる画像を回転後の入力画像とした。この20組の画像について回転角の推定を行った。

更に、回転と並進によって生じると考えられる回転ぶれノイズ、並進ぶれノイズに対する本推定法の頑健性の評価を行った。その際、ノイズの程度を定量的に表せるように、次のような手順によって人為的にノイズを発生させた。

1) 画像領域内の図形内の各々の点  $(x, y)$  に対し計算機によって一様分布  $(0, 1)$  に従う一様乱数  $K$  を発生させる。

2) 1) で得られた  $K$  に対し、次式で与えられる画像領域内の点  $(x_n, y_n)$  にノイズ点を加える。

a) 回転ぶれノイズ

$$x_n = x + \sqrt{x^2 + y^2} \cos(n\pi/\sqrt{x^2 + y^2})$$

$$y_n = y + \sqrt{x^2 + y^2} \sin(n\pi/\sqrt{x^2 + y^2})$$

$$n=1, 2, \dots, [DK\sqrt{x^2 + y^2}/180]$$

ここで、[ ] はガウス記号を表し、D はノイズの程度を変化させる正のパラメータで、D の値を大きくす

る事によって、ぶれの大きいノイズ付加画像を得る事ができる。このDは回転速度に比例する。図形1に対し、Dが30のノイズを付加した画像を図3に示す。

b)並進ぶれノイズ

$$\begin{aligned}x_n &= x + KD\cos\theta \\y_n &= y + KD\sin\theta\end{aligned}$$

ここで $\theta$ は並進方向を表す定数であり、Dはノイズの程度を変化させる正のパラメータで、Dの値を大きくする事によってぶれの大きいノイズ付加画像を得る事ができる。図形1に対し並進方向 $\theta$ が15°で、Dが20のノイズを付加した画像を図4に示す。

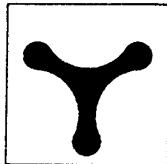


図1. 図形1

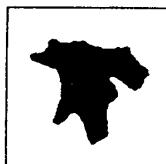


図2. ヒューロン

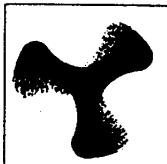


図3. 回転ぶれノイズ

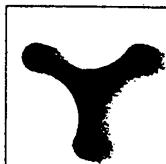
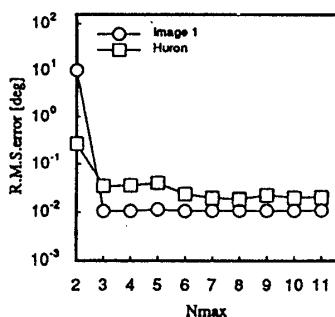


図4. 並進ぶれノイズ

推定に用いるモーメントの最大次数 $N_{max}$ と誤差の関係を図5に示す。ここでは回転角が30°の場合について調べた。また $\tau$ は $10^{-6}$ とした。3回軸対称图形である図形1では、主軸法と同等である $N_{max}$ が2のときにおよそ10°程度の誤差があるのに対して、 $N_{max}$ を3以上とするとおよそ0.01°の誤差で推定できている。 $N_{max}$ を3以上としたときに急激に推定精度が向上するのは、図形1の3回軸対称性によるためであると考えられ、このような場合、文献1)のように $l$ を一定とすると $l$ が3以外のときにはいくら次数を上げてもあまり精度が向上しなかったのに対して、本推定法では $N_{max}$ を3以上とすれば確実に精度が向上した。また、複雑な形状を持つヒューロンでも $N_{max}$ が3以上のときには0.1°以下の誤差で推定できた。

図5. 最大次数 $N_{max}$ と誤差の関係

次に回転ぶれノイズを付加した画像のうちDの値を3.0から30.0まで3.0ずつ変化させたときの誤差を調べた結果を図6に示す。但し回転ぶれノイズDは図形の回転角 $\theta_0$ に等しいとして実験を行った。また、本推定法の最大次数 $N_{max}$ は11である。図形1ではノイズのない画像のときと同様に主軸法ではDの値に拘らず有効な推定は行えないことがわかる。これに対して本推定法では、ノイズを大きければその誤差は大きくなるものの、 $10^{-1}$ のオーダーで推定することができた。また、ヒューロンでも主軸法よ

り誤差がおよそ1桁小さいことがわかる。

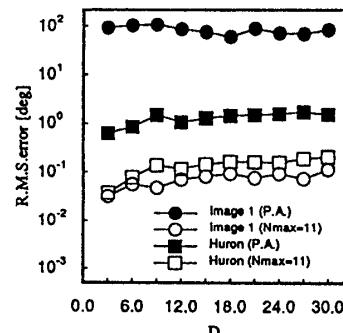


図6. 回転ぶれノイズ付加による誤差への影響

並進ぶれノイズを付加した画像のうちDの値を0.0から20.0まで変化させたときの誤差を調べた結果を図7に示す。但し、並進方向 $\theta$ は15°であり、回転角 $\theta_0$ は30°である。図形1では回転ぶれの場合と同様に、主軸法ではDの値に拘らず有効な推定は行えないことがわかる。これに対して本推定法では、 $N_{max}$ が3のときには0.1°以下の誤差で推定できた。しかし $N_{max}$ が11のときにはDが4.0以上になると著しく精度が悪化した。これは3回軸対称性を持つ図形1のZernikeモーメントは $l$ が3の倍数以外の場合、ほとんど値を持たないために、値の小さなモーメントがノイズの影響を受けやすいからであると考えられる。また、ヒューロンでは $N_{max}$ が11のときに主軸法より誤差がおよそ1桁小さい。

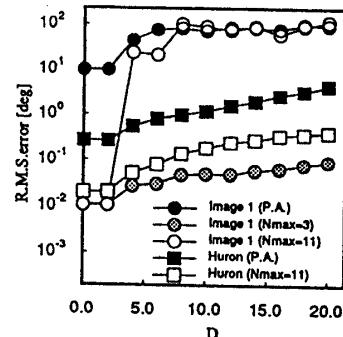


図7. 並進ぶれノイズ付加による誤差への影響

## 5. おわりに

回転前後の図形をとらえた2枚の画像のZernikeモーメントを求めることによって回転角を推定する方法を探査し、実験によってモーメントの次数が推定誤差に及ぼす影響について調べた。また、ノイズに対する頑健性を主軸による方法と比較した。その結果、本推定法は図形の大きさの10%以下の並進ぶれノイズに対して、1°以下の誤差で回転角を推定できた。

## 参考文献

- 吉田俊之, Zernikeモーメントを用いた回転角推定法, 情報処理学会第42回全国大会講演論文集(2) (1991), pp.23-24
- Cho-Huak Teh & Roland T Chin, On Image Analysis by the Methods of Moment, Trans.IEEE, Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.10, No.4 (1988), pp.496-513
- 大津展之, 不変特微量抽出の理論[III], 電子情報通信学会誌, Vol.69, No.7(1986-7), pp.723-727