5 S −10

ファジィ論理文による概念の近似表現とそのアルゴリズム

清水 栄寿，向殿 政男
明治大学

1 はじめに

現在，様々な分野において，知識，概念をコンピュータシステム中で適切な形で取り扱えるよう，研究が進められている．そして，実社会に存在するあいまいな情報を取り扱う一手法として，ファジィ論理文を用いた概念の近似法がある．ここでは，概念はメンバーシップ関数で表現されると仮定して，ある与えられた概念を，基本単語を用いたファジィ論理文で近似表現する方法について述べる．

2 ファジィ論理文

2.1 ファジィ論理文の定義の拡張

ファジィ論理文についてはすでに定義されているが[1]，細かな表現をするには不十分であった．そこで，ファジィ論理文で定義されている $^-$(NOT) を次のように拡張定義する．

定義 1 あるファジィ論理文 F が与えられた時，F の度合いが k であることを示すメンバーシップ関数を $F^{[k]}$ を，

$$F^{[k]}(x) = 1.0 - |F(x) - k| \qquad (2.1)$$

とする（$k \in [0,1]$）． なお，$k = 0$ の時，$F^{[k]} = \overline{F}$，$k = 1$ の時，$F^{[k]} = F$ である．

n 個の基本単語 $f_1, f_2, \ldots, f_n$ が与えられた時，新しく定義されたファジィ論理文を用いて，あるファジィ論理文 F を近似表現する方法を述べる．

2.2 メンバーシップ関数の離散化

メンバーシップ関数を扱うにあたって，連続値で表現するのは一般に困難である．そこで，対象領域を離散化して，扱うことにする．

例 1

$$\begin{aligned} f_1 &= [0.3\ 0.8\ 0.2\ 0.4] \\ f_2 &= [0.2\ 0.5\ 0.3\ 0.8] \end{aligned} \qquad (2.2)$$

とすれば，

$$\begin{aligned} f_1^{[0.7]} &= [0.6\ 0.9\ 0.5\ 0.7] \\ f_1 \cdot f_2 &= [0.2\ 0.5\ 0.2\ 0.4] \\ f_1 \vee f_2 &= [0.3\ 0.8\ 0.3\ 0.8] \end{aligned} \qquad (2.3)$$

となる（図 2.1 参照）．

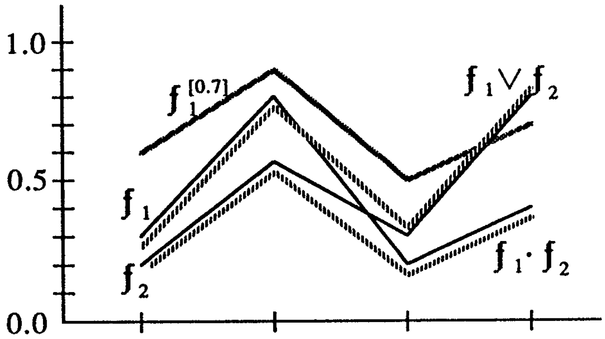

図 2.1: 離散化したメンバーシップ関数の演算

近似表現するためには，基本単語 f_x から適当な $f_x^{[k]}$ を作らなければならないが，ここでは，表現したいファジィ論理文 F のメンバーシップ関数の出力値のそれぞれに一致するようにファジィ論理文 $f_x^{[k]}$ を作る事にする．例えば，F が

$$F = [0.6\ 0.2\ 0.9\ 0.6] \qquad (2.4)$$

で基本単語 f_1 が例 1 と同じであったとすると，f_1 から作られるファジィ論理文は，$f_1^{[0.7]}, f_1^{[0.4]}, f_1^{[0.0]}, f_1^{[0.3]}, f_1^{[0.1]}, f_1^{[0.8]}$ の 6 つとなる．ここで，離散化した数が 4 つであるのに，作られたファジィ論理文が 6 つとなっているのは，F の 1 つの出力値に一致するファジィ論理文 $f_1^{[i]}$ は 2 つまで作ることができるからである．

2.3 近似表現するための注意点

(1) 人間が理解し易くするためになるべく簡単なファジィ論理文にする．
$f_1^{[i]}, f_1^{[i]} \cdot f_2^{[j]}, f_1^{[i]} \vee f_2^{[j]}$ のいづれかの表現のみにする（f_1, f_2 は基本単語）．
(2)$f_1^{[0.8]} \cdot f_1^{[0.6]}$ や $f_1^{[1.0]} \vee f_1^{[0.6]}$ などのように，同一の基本単語を複数含んではならない．

Approximate Representation of Concepts with Fuzzy Logic Sentences and its Algorithm
Hidehisa SHIMIZU, Masao MUKAIDONO
Meiji University

2.4　2値変換によるファジィ論理文の演算

まず，２つのファジィ値の演算を考えてみる．例えば，$a=0.3, b=0.6$ とすると，$\overline{a}=0.7, \overline{b}=0.4$ となるので，表2.1のように値の小さい順から３ビットの２値への割り当てを行うと，ファジィの演算結果は２値の計算し，ファジィ値に戻しても良いことになる．

表 2.1: ２値への割り当て例

ファジィ値	2値
$0.3(a)$	000
$0.4(\overline{b})$	001
$0.6(b)$	011
$0.7(\overline{a})$	111

例 2

$$\overline{a}\cdot b \vee \overline{b} = 0.7\cdot 0.6 \vee 0.4 \tag{2.5}$$

を求めるとき，

$$\begin{aligned}[111]\cdot[011]\vee[001] &= [011]\vee[001]\\ &= [011]\\ &= 0.6\end{aligned} \tag{2.6}$$

となる．

この様に，２値に変換してから演算することによって，ファジィ値の max, min が２値の論理演算で高速に，かつ，簡単に求めることができる．

従って，ファジィ論理文 F を近似表現する時においても，基本単語 $f_x(1\le x\le n)$ から度合いを計算した新しいファジィ論理文 $f_x^{[i]}$ を作り，そのすべてのファジィ論理文の出力値を，入力値ごとに表2.1のようなビット割り当てを行えば，ビットの演算のみで，近似式を計算することができる．

2.5　ファジィ論理文の近似表現

２値変換によってファジィ論理文を求める場合，等しいビットの数をファジィ論理文を求める上での評価基準とする．

従って，三つの表現形式，$f_1^{[i]}, f_1^{[i]}\cdot f_2^{[j]}, f_1^{[i]}\vee f_2^{[j]}$ という形のそれぞれに対する評価式

$$\begin{aligned}D &= \sum_y \left|f_1^{[i]}(y)\oplus F(y)\right|\\ D' &= \sum_y \left|(f_1^{[i]}(y)\cdot f_2^{[j]}(y))\oplus F(y)\right|\\ D'' &= \sum_y \left|(f_1^{[i]}(y)\vee f_2^{[j]}(y))\oplus F(y)\right|\end{aligned} \tag{2.7}$$

が最も小さくなるファジィ論理文を選べば良い．ただし，$|f(y)|$ はファジィ論理文の出力値 $f(y)$ を２値に変換した時の１の数を意味する．

また，実際には全ての場合において，D, D', D'' を求めることはせず，無駄な計算はしないように枝刈りを行っている．

3　実行結果

実際に，計算機上で近似表現した例を次に示す．

$$\begin{aligned}f_1 &= [0.8\ 0.3\ 0.2\ 0.9\ 0.8\ 0.2\ 0.5]\\ f_2 &= [0.9\ 0.2\ 0.8\ 0.1\ 0.3\ 0.8\ 0.5]\\ f_3 &= [0.2\ 0.7\ 0.7\ 1.0\ 0.5\ 0.1\ 0.3]\\ f_4 &= [0.7\ 0.3\ 0.1\ 0.2\ 0.8\ 0.3\ 0.6]\\ f_5 &= [0.9\ 0.1\ 0.2\ 0.5\ 0.8\ 0.1\ 0.5]\end{aligned} \tag{3.1}$$

とした時，f_5 を f_1, f_2, f_3, f_4 で近似表現すると，

$$\begin{aligned}f_5 &\approx f_1^{[1.0]}\cdot f_4^{[0.7]}\\ &= [0.8\ 0.3\ 0.2\ 0.5\ 0.8\ 0.2\ 0.5]\end{aligned} \tag{3.2}$$

また，$f_4^{[0.5]}$ を f_1, f_2, f_3, f_5 で近似表現すると，

$$\begin{aligned}f_4^{[0.5]} &= [0.8\ 0.8\ 0.6\ 0.7\ 0.7\ 0.8\ 0.9]\\ &\approx f_1^{[0.6]}\vee f_3^{[0.0]}\\ &= [0.8\ 0.7\ 0.6\ 0.7\ 0.8\ 0.9\ 0.9]\end{aligned} \tag{3.3}$$

となる．

4　問題点

(1) 計算機上で近似表現を行う場合，基本単語，対象領域の増加により，使用メモリ，計算時間の大幅な増加が予想される．
(2) メンバーシップ関数を離散化して取り扱っているが，実際には，連続である関数についても取り扱うべきであり，連続な関数を扱うには更に検討の余地がある．
(3) 概念をメンバーシップ関数で表現する妥当性を証明する必要がある．

5　まとめ

(1) ファジィ論理文の定義を拡張し，より細かな表現を可能にした．
(2) ビット割り当てによる，ファジィ論理文の近似表現法を提案した．
(3) 幾つかの問題点をあげ，今後の課題を明らかにした．

参考文献

[1] M.Mukaidono,"A necessary and sufficient condition for fuzzy logic functions", The Ninth International Symposium on Multiple-Valued Logic,1979,IEEE.
[2] M.Mukaidono,"Fuzzy Logic Sentences - Data Representation based on Fuzzy switching Functions -",IEEE Workshop on Languages for Automaton,1985.
[3] M.Mukaidono,"Towards an approximate representation of concepts with fuzzy logic sentences",International Conference on Policy Analysis and Information Systems,1981.
[4] 向殿政男，武田明秀，"$FUZZY$ 論理文によるあいまい情報の近似表現"，知識工学と人工知能研究会，情報処理学会，1985.