

4 P-9 ガウス写像に基づく初期曲面のための曲面制御点の生成

吉田 研秀 國井 利泰

東京大学 理学部

1 はじめに

コンピューターを使った幾何学形状の設計では、曲面の制御点は曲面中に散らばって設定される。これは穴のあいた曲面の生成が困難であること、あるいは形状予測のために必要なことである。ところで、二次元画像からの三次元形状の再生にみられるように、モデリングによっては境界線や輪郭だけが明確に定義されていて、それ以外の場所では曲面が一階ないし二階微分まで連続でありさえすればよい、とされることがある[1]。また、曲面の初期形状入力にあたって印象に強く残りやすい線を入力し、それによって初期曲面を決めてしまいたいという要求がある[2]。しかしこれらの場合でも曲面を張るためには内部の制御点が必要である。しかも初期形状であるから曲面はまだなく、曲面の上の内挿から制御点を導くということができない。すでに張られている曲面を仮定することなしに、輪郭上のデータから制御点を生成する必要がある。

ここでは輪郭とその上の法線から曲面をポリゴンで近似し、面とそのガウス写像[3]の像の面積比が別に計算されたガウス曲率[3]となるように制御点を増やしていく方法を提案する。

境界線とその上の法線、ガウス曲率が与えられたとき、まず境界を定義している点列をガウス写像で球面にうつす。それらの点のポロノイダイアグラム[4,5,6]を球面上に作り、各頂点に対応する点とそれを含む平面を曲面の近くに導く。平面は、それによって切られるポリゴンと球面上のポロノイダイアグラムの対応する区域との面積比がその点のガウス曲率に等しくなるように置く。このようにして内側の制御点を順に生成して曲面をつくっていく。

2 初期設定

初期値としては境界線(一本とは限らない)と、その上の法線、ガウス曲率が必要である。また、生成されるはずの曲面は、いたるところガウス曲率が正、かつガウス写像が単射であるような場合に限る。

まず、ガウス写像によって与えられた線を球面に移す。つまり、球面上、同じ法線を持つ点に移す。ガウス曲率が正であることから、この写像によって向きは変わらず、単射であることから曲面のガウス写像の像の位置は容易にわかる。

境界線は、その上の点列によって定められているはずである。それらの点の像によって球面上にポロノイダイアグラムを定める。

一方、境界上の点には法線が定まっているわけであるから、その点を通り、その点の法線を法線として持つような平面によってその近くの曲面を近似し、平面同士の交線はガウス写像でうつした先の球面の上でポロノイダイアグラムの辺に対応するもののみを考える(図1)。

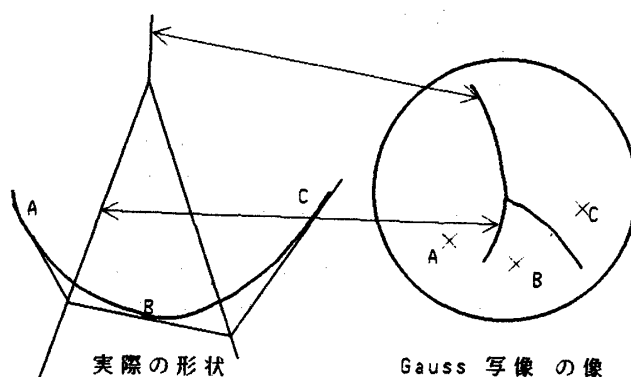


図 1

3 制御点の生成

曲面上の点(以下、点A')にポロノイダイアグラム上となりあう交点を一つ取り出す(以下、点B')。また、点A'のガウス写像で移す前の点を点A、点B'に対応する、平面の交点を点Bとする(図2a)。

この点をダイアグラムに追加する(図2b)。点Aを含むポリゴンの面積比と点A'に由来するダイアグラムの区域が点Aのガウス曲率に等しくなるように、点B'によって決まる平面の位置を決める(図2c)。

点Bからその平面へ垂直におろした点を、点Bに対応する曲面の制御点とする(図2d)。この点のガウス曲率はダイアグラム上となりあう点の曲率の平均とする。

以下、この更新を続けていって、設計上の要求精度を満たすところでやめる。

4 曲面のクラス

境界線は非連結でよいから、もとの区域が可縮でなくてもよい。ただし、出来る曲面からのガウス写像が単射であることから、いたるところ凸であるような場合に限られる。

5 おわりに

本研究により、曲面の形状を輪郭上のデータだけから生成できるようになった。制御点ができて、曲面をいったん生成した後は制御点を増やしたり、位置を変更したりする作業は従来通りでよい。したがって制御点方式の任意のシステムに容易に組み込むことができる。また、ホモトピーモデル[7]への拡張も容易である。

二次元的に散らばった点群を扱うのではなく、曲線の上に乗った点列を扱うため、入力を扱うのがはるかに楽になった。

境界が連結でなくても良いことから、3つ以上の物体の境界を一度につなぐことができる。凸になることがわかっている場合には、大局的な初期曲面生成のためには十分な表現力である。

ガウス曲率の制限をはずすことと、ガウス写像が単射でないような境界を持つ曲面の生成法が今後の課題である。

参考文献

[1] 栗山繁 「多面体入力に基づく三辺形パッチ曲面モデル」 第41回情報大会 5J-2, 1990.

[2] 山口富士夫 「コンピュータディスプレイによる自由曲面の一設計方式(第3報)」 精密機械 Vol.43 No.10 pp1141-1148, 1977.

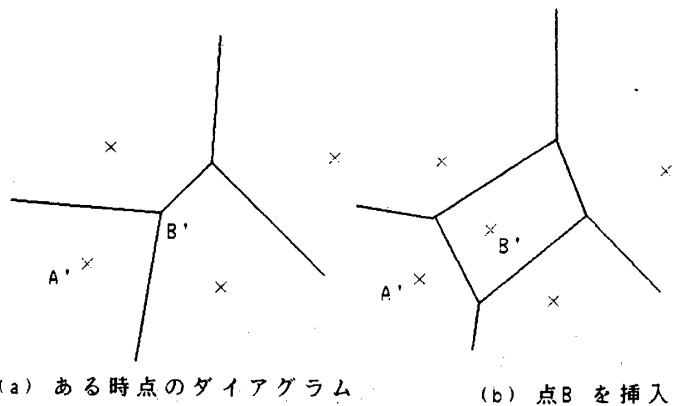
[3] Do Carmo, M. P., "Differential Geometry of Curves and Surfaces", Prentice-Hall, 1976.

[4] Edelsbrunner, H., "Algorithms in Combinatorial Geometry", Springer-Verlag, 1987.

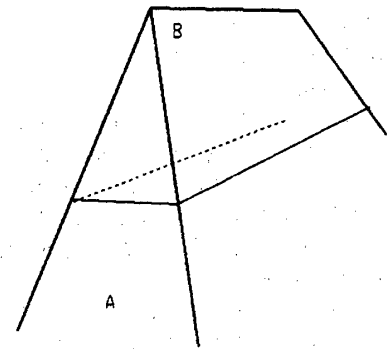
[5] Preparata, F. P. and Shamos, M. I., "Computational Geometry", Springer-Verlag, 1985.

[6] McHugh, J. A., "Algorithmic Graph Theory", Prentice-Hall, 1990.

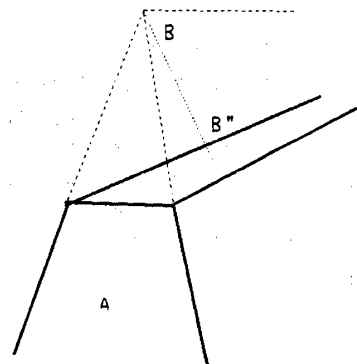
[7] Shinagawa, Y. and Kunii, T. L.: "The Homotopy Model: A Generalized Model for Smooth Surface Generation from Cross sectional Data", The Visual Computer, vol. 7, 1991 (in press).



(a) ある時点のダイアグラム (b) 点Bを挿入



(c) 挿入時点での形状



(d) 制御点B''の確定

図2 制御点の挿入