7D－4

視覚モデルによるパルス密度変調画像の復元パラメータの関係式の考察

川崎[1] 順次　　秦[2] 俊博　　飯島[3] 泰蔵

金沢高専　　金沢工業大　　東京工科大学

1. はじめに

アナログの原画像をパルス密度変調したディジタル画像の復元において、視覚モデルを用いて１次元画像の定量的解析法を提案してきた。パルス数 N_P 視野 σ_0 と復元画像の級数項Ｍ及び近似度 η^2 の間には、漸近級数の関係が矩形画像の場合については既に求められている。[1)]

今回、１次元の矩形画像入力において復元最良近似項数 M_0 が、パルス数 Np（即ちパルス幅 w_p）について、視野 σ_0 に無関係に一定になる。更に、M_0 と Np 及び M_0 と w_p の関係式が求まったので報告する。

2. モデルの概要

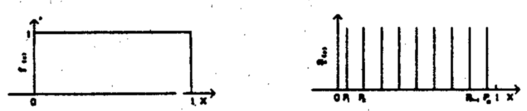

図１　原画像とパルス密度変調画像

図１に示す原関数 $f(x)$ のパルス密度変調関数 $\tilde{f}(x)$ は、

$$\tilde{f}(x) \equiv h \sum_{n=1}^{N} \delta(x-P_n) \qquad (1)$$

となる。

ぼけた関数から原関数を推定するときに重要な１次元画像の基礎方程式は、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial \sigma}\right) f(x,\sigma) = 0 \qquad (2)$$

である。この一般解は、

$$f(a_0,\sigma_0) = \int_{-\infty}^{\infty} w(a_0-x,\sqrt{\sigma_0^2-\sigma^2})\, f(x,\sigma)\, dx \qquad (3)$$

となる。ここで、a_0 は視点、$\sqrt{\sigma_0^2-\sigma^2}$ は視野を表し $w(x,\sigma)$ は、

$$w(x,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \qquad (4)$$

である。式（３）の一般解は、$f(x,\sigma)$ で $\sigma \to 0$ とすると、

$$f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \tilde{A}_m H_m\left(\frac{x-a_0}{\sqrt{\sigma_0^2-\sigma^2}}\right) \qquad (5)$$

$$\tilde{A}_m = \int_{-\infty}^{\infty} w(a_0-x,\sqrt{\sigma_0^2-\sigma^2}) \cdot f(x,\sigma)\, H_m\left(\frac{x-a_0}{\sqrt{\sigma_0^2-\sigma^2}}\right) dx \qquad (6)$$

の形式で与えられる。

次に、パルス密度変調関数からの復元を考える。式（１）をぼかした関数 $\tilde{f}(x,\sigma)$ は、

$$\tilde{f}(a_0,\sigma_0) = h \sum_{n=1}^{N} w(a_0-P_n,\sqrt{\sigma_0^2-\sigma^2}) \qquad (7)$$

となる。式（３）と同様にして、式（７）より復元関数を推定する。$\sigma \to 0$ の $\tilde{f}(x)$ を有限項 $m \equiv M$ で打ち切ると、

$$\tilde{f}_M(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \tilde{B}_m H_m\left(\frac{P_n-a_0}{\sigma_0}\right) \qquad (8)$$

$$\tilde{B}_m \equiv h \sum_{n=1}^{N} w(a_0-P_n,a_0)\, H_m\left(\frac{P_n-a_0}{\sigma_0}\right) \qquad (9)$$

の形式で与える。そこで、$f(x)$ と $\tilde{f}_M(x)$ の誤差 e_n^2 を、

$$e_{M0}^2 = \mathop{\mathrm{Min}}_{M} \int_{-\infty}^{\infty} w(a_0-x,\sigma_0)\{f(x)-\tilde{f}_M(x)\}^2 dx \qquad (10)$$

で求める。式（１０）を実現する項数 $M \equiv M_0$ を求めて、

$$f(x) \simeq \tilde{f}_{M0}(x) \qquad (11)$$

となる復元関数 $\tilde{f}_{M0}(x)$ を求めることが重要である。

A restoration of pulse density modulation wave by a visual model - an expression between the parameters -

Junji KAWASAKI[1], Toshuhiro HATA[2], Taizo IIJIMA[3]

Kanazawa Technical College, Kanazawa Institute of Technology, Tokyo Enginieering University

3．最小２乗法

ｍ組のデータ（x_i，y_i）（i=1,2,･･,m）に式（１２）をあてはめ、

$$f(x_i) = kX_i^n \tag{12}$$

$$S = \sum_{i=1}^{m} \{Y_i - f(x_i)\}^2 \tag{13}$$

式（１３）が、最小になるように係数ｋを決める事を最小２乗法と呼ぶ。（今回は、式（１２）の乗数ｎを変化させ式（１３）が最小になる時のｋを求めた。）

係数ｋを求めるために、Ｓをｋの関数として考えると、

$$S = S(k) \tag{14}$$

となり、

$$\frac{ds}{dk} = 0 \tag{15}$$

式（１５）を解くと、

$$k = \sum_{i=1}^{m} M_{\theta i}\, Np_i^{\,n} \qquad \sum_{i=1}^{m} Np_i^{\,2n} \tag{16}$$

このようになり、係数ｋを求めることが出来る。

4．関係式

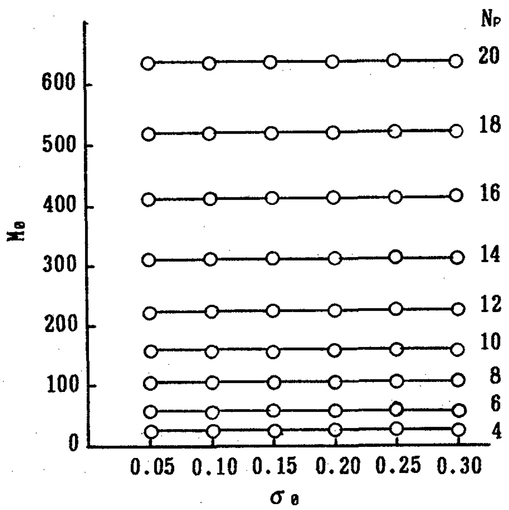

図３　M_θ，σ_θ，Ｎｐの関係

視野内のパルス数を考慮にいれた場合の復元最良近似項数M_θ、視野σ_θパルス数Ｎｐの関係は、図３の用になります。この図から分かるように、M_θはσ_θに無関係でＮｐに関係があるのでM_θとＮｐの関係をグラフに示すと、

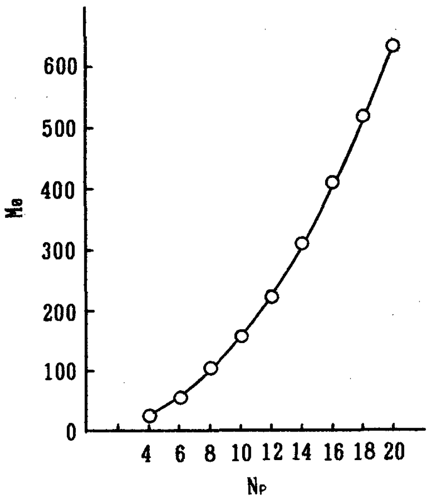

図４　M_θ，Ｎｐの関係

このようになり、次式のように仮定することが出来る。

$$M_\theta = kNp^2$$

$$M_\theta = k / w_p^{\,2} \tag{17}$$

そこで、上記の最小２乗法を用いて乗数ｎと係数ｋを求めた結果、ｎ＝２，ｋ＝１．５９３となり関係式を求めることが出来る。

5．おわりに

矩形入力画像の場合に於て、視野内にあるパルス数を考慮にいれた場合に復元最良近似項数M_θと視野σ_θは無関係であることが分かり、関係式として、式（１７）を求めることが出来た。

今後は、σ_θを更に大きくした場合においてもM_θが一定になるかを確かめ、更に正弦画像の場合にも同様の関係式が使えることを確かめる。

日頃、熱心に御検討頂く、金沢工業大学・福田一郎教授、林彬教授に厚く御礼申し上げます。

参考文献

１）川崎・飯島　「視覚モデルによるパルス密度変調図形の復元（Ⅱ）」信学技報　PRU87.56