並列計算のモデルとしてのニューラルネット

6B−9

中園　薫

ＡＴＲ視聴覚機構研究所

1. はじめに

相互結合型のニューラルネットはHopfieldらによってＴＳＰなどの最適化問題を近似的ながら高速に解けることが示されて以来[1]、各種の問題に応用されてきた。

本稿では、この相互結合型ニューラルネットを並列処理計算機構のモデルと考える。このような立場では、ニューラルネットは、多数のきわめて単純な演算素子が大域的記憶を持たずに、近傍との通信だけで協調して、問題を解いていると考えることができる。

この相互結合型のニューラルネットによる計算を、計算量理論の立場から従来の直列型計算と比較し議論するために、その形式的モデルとして、一般的なＲＡＭ（Random Access Machine）にコ・プロセッサとしてニューラルネットを付加したモデルを提案した[2]。このモデルの上で、ニューラルネットで解くことが有効な問題のクラスについて考えることにする。

2. 並列計算のモデルとしてのニューラルネット

Hopfield型のニューラルネットで必ず最適解に到達する初期状態（たらい）の存在に関して、上坂らの議論がある[3]。しかし、ＴＳＰなどのいわゆるＮＰ困難な問題に対して、最適解が必ず得られる方法はまだ知られていない。

一方、問題をもっと簡単なものに制限して、必ず正解が得られるための条件を求める研究も行なわれている[4]。しかし、問題をあまりに簡単なものに制限してしまうと、結局、従来型の直列的アルゴリズムで解いても変わらないことになる恐れもある。

そこで、ニューラルネットによる計算と従来の直列的計算とを、計算量理論の立場から比較するための土俵として、その形式的モデルが必要となる。

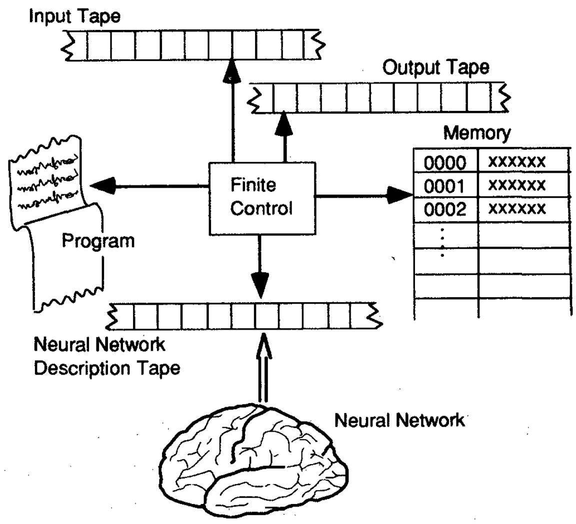
一般に、直列的解法の世界で「手の掛かる」問題といわれているのは、それを解くための時間が問題のサイズに対して指数関数的に増加するものである。ＮＰ完全問題は、そのどれに対しても多項式時間で解く方法はみつかっておらず、指数時間の解法しか存在しないであろうと予想されている。

一般的な並列計算機の形式的モデルとしては、ＰＲＡＭ（Parallel Random Access Machine）がある。このモデルのもとで、効率良く解くことのできるクラスについてはよく研究されている[5]。それは多項式個程度の素子を使って対数時間で解くことのできる問題のクラスである。

これに相当するような、ニューラルネットで解くのに手頃な問題のクラスとは何だろうか。

3. ＮＲＡＭモデル

ニューラルネット付きランダムアクセスマシン[2]（Neural Net and Random Access Machine,ＮＲＡＭと略す）は、１本の入力テープ、１本の出力テープ、１本のニューラルネット記述テープ（以下ＮＮ記述テープ）、そしてランダムアクセス可能なメモリーを持つ。すべての動きは、書き換え不可能な有限長のプログラムで制御される。ニューラルネット部に



図．ＮＲＡＭの構造

Neural Networks as a Model of Parallel Computation
Kaoru NAKAZONO
ATR Auditory and Visual Perception Research Labs.

は、ここでは、Hopfield 型の相互結合のネットワークによって緩和計算をするモデルを考える。

解きたい問題は、入力テープにテープ記号の列として与えられ、その解は出力テープに書かれるものとする。図の上半分はいわゆるＲＡＭ（Random Access Machine）そのもので、これだけであらゆる問題を解く能力がある。それに加えて、ＮＲＡＭは必要に応じて問題をニューラルネット部に解かせることができる。この両者の橋渡しをするのが、ＮＮ記述テープである。このテープには、各素子に対する入出力関数、初期値および一定入力値、さらに素子間の結合重みなど、ニューラルネットが動作を始めるための初期状態に関する情報がすべて記述される。素子間の結合重みを表現するには、隣接行列、隣接点リストなどのグラフの記法をもちいる（問題によってはさらに簡略化した記述方法が可能な場合もある）。そして、安定状態に収束した時は、その状態がこのＮＮ記述テープの上の記号列として表現される。

ここで、ニューラルネット部の計算は（この部分の計算がハードウェア的に実現された理想的な場合を考えて）、直列的動作をする部分と較べてきわめて高速で事実上問題のサイズに依存しないと考える。したがって、ＮＲＡＭモデルの計算に要する時間は、直列的動作の部分、すなわち、与えられた問題を変形してニューラルネットの初期状態を記述する部分と、安定状態から問題の答えを導く部分に依存することになる。

4．考　察

まず、ＴＳＰを例に考えてみよう。ｎ都市のＴＳＰは$n \times n$の碁盤目状に配置されたn^2個の素子で解かれる。

ニューラルネット部の素子の数はn^2、それらの素子が完全接続されるので、ＮＮ記述テープの長さは$O(n^4)$であることから、ＴＳＰをＮＲＡＭで（近似的に）解く時間は、$O(n^4)$であることがわかる。ただし、ここでは最適解が必ず得られるという保証があるわけではない。

これに対して、ＴＳＰを解く近似的直列アルゴリズムとして、最適解の高々1.5倍の近似解が多項式時間で得られることが知られている。したがって、これに対抗していくためには、$O(n^4)$程度の時間を目安としながら、よりすぐれた近似解を求めていくという方法が妥当であると考えられる。

次に、久長らは、実数の集合を分割にHopfield 型のニューラルネットをもちいている[4]。これは、ｎ個の任意の実数の集合を、大きいものから順にｋ個（$1 \leqq k \leqq n$）の実数の集合とそれ以外の集合とに分割するというものである。ここでは、問題をＮＰ完全問題よりも簡単なものに制限したかわりに、近似解ではなく必ず正解が得られることが証明されている。

この方法では、ｎ個の実数の分割に、すべてが均一の重みで完全結合したｎ個の素子をもちいる。したがって、素子間の結合重みの記述が入力サイズに依存しないために、ＮＲＡＭで$O(n)$ステップで解くことができる。

さらに、この実数集合を分割するニューラルネットを$(n-1)$個並列に使うことによってｎ個の実数をソートできる。しかし、ＮＲＡＭの定義では、このような複数のニューラルネットを並列的に動作させることはできない（定義を拡張して、複数のニューラルネット部を並列的に動作させることは可能であるが）。そのかわりに直列的に繰り返してサイズｎのニューラルネットを呼ぶことにすると、$O(n^2)$の時間がかかり、直列的ソート（$O(n\,log\,n)$ステップ）よりも遅くなってしまう。

5．むすび

相互結合型のニューラルネットを並列計算のひとつのモデルとしてとらえ、それの形式的モデルを提案した。また、同モデルを使って、ニューラルネットで解くことに意義のある問題とは何か議論した。ＮＰ完全問題よりは簡単な問題で、直列的解法よりも多項式のオーダー程度で真に有利になるような問題が存在するようであるが、これを問題のクラスとして定義できるかは今後の課題である。

【文献】

[1]Hopfield, J., Tank, D.: Biological Cybernetics, 52, pp.141-152, (1985).

[2]中園: 信学技報,CPSY90-58,pp.121-126,(1990).

[3]上坂:信学会誌,73-2,pp.131-136(1990).

[4]久長,山下,阿江: 信学技報,NC89-38 (1989).

[5]Cook, S. A.:Information and Control,64, pp.2-22 (1985).