4B−6

8段数6次陽的 Runge−Kutta法について

春日 賢一　田中 正次　山下 茂
山梨大学 工学部 電子情報工学科

1. はじめに

我々は，一昨年来8段数6次陽的Runge−Kutta法の一解系を導き，その特性の解明を試みている．これまでに，さまざまな特性を持つ公式を提案してきたが，今回は，安定性において優れた特性を持つある種の公式を提案する．ついで8段数6次法の既知公式と数値例や特性値を通して比較し，得られた公式の有効性を示すことにしたい．8段数6次陽的Runge−Kutta法の表示法や，各種判定基準については文献(3)を参照されたい．

2. 今回提案する公式

今回は，安定多項式の絶対安定区間内における絶対値ができるだけ小さい、したがって集積誤差の伝播率が小さい公式Dの導出を試みた．公式Dは，hλが負の実軸上で変化するとき，誤差伝播率（安定多項式の値）のグラフがy=±0.1に接するように作られたもので，図2.1から絶対安定区間内では，他の公式に比べて誤差伝播率が極めて小さいことがわかる．

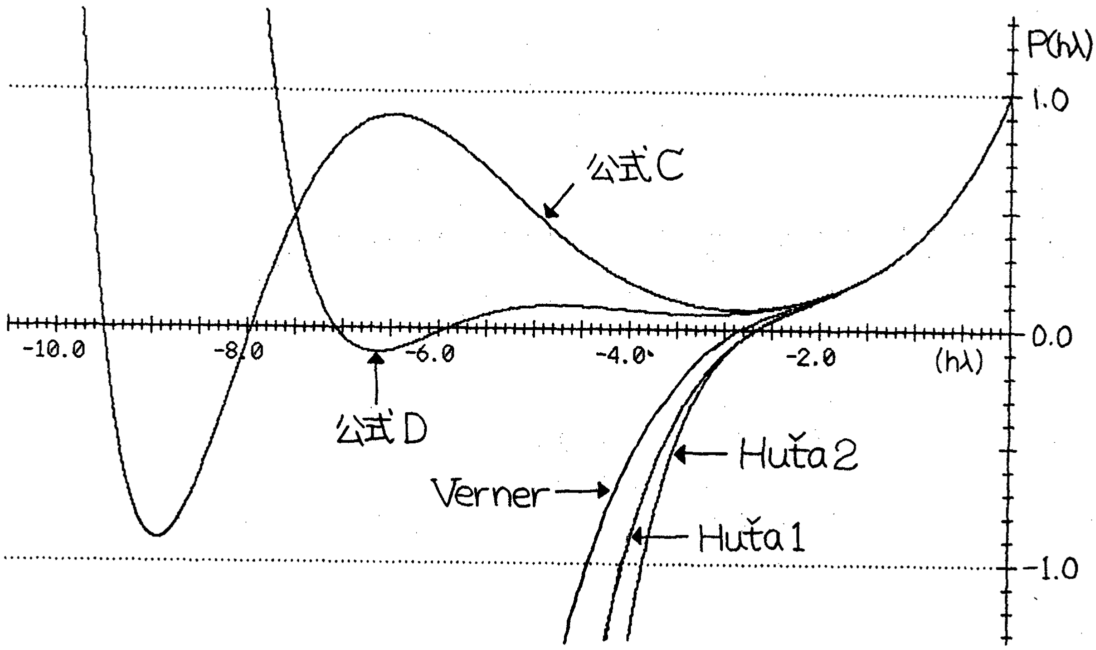

図2.1 各公式の安定多項式(y=P(hλ))のグラフの負の実軸上における変化

On 8-stage explicit Runge-Kutta methods of order 6
Kenichi Kasuga　Masatsugu Tanaka　Sigeru Yamasita
Department of Electrical Engineering and Computer Science, Yamanasi University

3. 公式の特性

既知公式，公式Ｃ（絶対安定区間最長の公式），及び今回提案する公式Ｄの各特性値を表3.1に示す．

表 3.1 公式の特性値

６次法		A_{62}	A_{63}	A(Se)	α	R
既知公式	HUTA(1)	0.308903d-02	0.228600d-05	22.84937	4.0337	0.1424d+03
	HUTA(2)	0.111297d-01	0.805946d-04	22.29546	3.8400	0.3455d+03
	VERNER	0.220877d-02	0.224013d-06	26.61777	4.4572	0.2794d+03
我々の提案する公式	公式C	0.753185d-03	0.367397d-07	39.89134	9.7309	0.3483d+02
	公式D	0.642875d-03	0.248255d-07	44.80381	7.7234	0.8819d+02

4. 数値実験

下記の弱STIFF問題をいろいろな方法と刻み幅で解き，X=5.0における誤差を比較してみた．

初期値問題 ： $y' = 100(\sin(x) - y) \quad y(0) = 0$

理論解 ： $y = (\sin(x) - 0.01\cos(x) + 0.01e^{-100x})/1.0001$

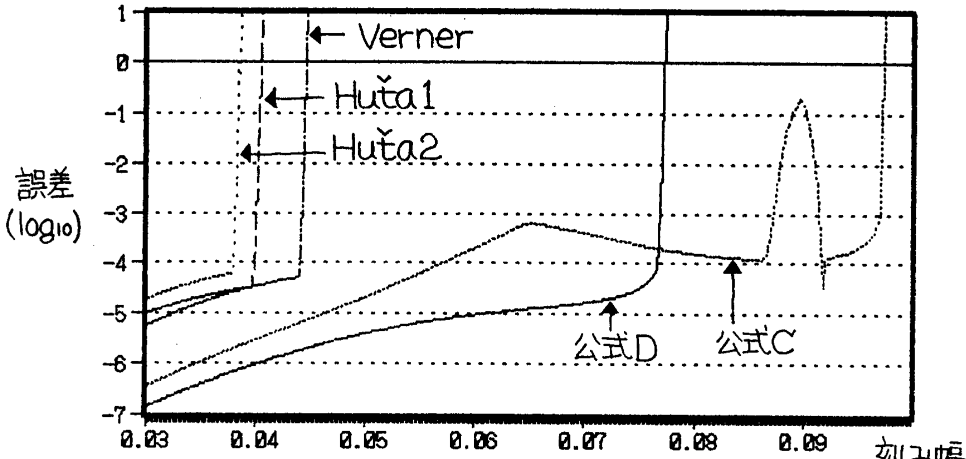

図4.1 弱Stiff問題による数値実験

5. まとめ

図4.1の数値実験の結果を見てもわかるように，誤差伝播率の小さい公式Ｄは，他の公式に比べてどの刻み幅においても誤差が最小になってる．また表3.1の特性値表より，極めて大きい有効絶対安定領域を有していることがわかる．

これらの結果から，公式Ｄは弱STIFF問題，またSTEP数の多い数値計算などにかなり適しているのではないかと思われる．

【参考文献】

(1) Huťa, A. : Contribution à la Formule de Sixième Ordre dans la Méthode de Runge-Kutta-nyström, Acta Fac. Nat. Univ. Comenian. Math., Vol.4 (1957)

(2) Verner, J.H : Explicit Runge-Kutta Methods with Estimates of The Local Truncation Error, SIAM J.Numer. Anal. Vol.15, No.4, (1978)

(3) 田中 正次　春日 賢一　赤尾 聡　山下 茂
：８段数６次陽的Runge-Kutta法について　数値解析研究会資料 (1989)