

Subdivision法を用いた自由曲面生成手法

1R-9

小笠原耕太郎、小堀研一

シャープ株式会社 コンピュータシステム研究所

1. はじめに

最近、CADの設計上流への展開に伴い、意匠設計部門において、自由曲面を含んだ形状の簡易な入力への要望が高まっている。現在多くのCADシステムにおいて用いられている内挿法などは、既に確定した形状を前提とする入力法であり、面単位での入力が行われる。形状の確定化を行う意匠設計部門においては、従来の入力法をそのまま適用するのは困難である。意匠設計部門の創造的な試行の支援を行うためには、ラフに形状全体を考えた入力が行え、かつ、高速にその形状を表す自由曲面を生成することが必要となる。このような入力法に対応した手法として、Subdivision法^{1) 2) 3)}が知られている。このSubdivision法は、簡単な入力により形状全体を考えた入力が可能であり、少ない計算量で所望の形状が得られるという利点はあるものの、生成される形状は細かい平面の集まりとなる。そのため、CADデータとしての実際上の使用は困難であった。そこで本報告においては、上記問題点を改善する一手法として、適当に細分割された多面体形状から容易に自由曲面を生成する手法について述べる。

2. 本手法の処理の流れ

Fig.1は、本手法の処理の流れを示している。Subdivision法により適当な細分割が施された多面体がユーザにより入力される（多面体形状入力）。次に、この時点での稜線はすべて直線稜線であるため、この直線稜線の曲線化が行われる（曲線稜線生成）。この生成された曲線稜線を、面を囲む境界曲線と考え、内挿法により自由曲面を生成させることとなる（自由曲面生成）。自由曲面を生成する際問題となる点は、隣合う自由曲面間の滑らかさである。実際の製品形状においても、このような形状部分は多数見受けらる。そこで、以下の章では、本手法において用いられる自由曲面形式（パッチ式）、及び、容易に接平面連続条件を満足できる内挿法について詳細に述べる。

3. 自由曲面生成

3-1. 面形状とパッチ式

Subdivision法により細分割された多面体の面形状として、3, 4, N辺形面の3種類の面形式が出現する。従来は、すべての面形式を1つのパッチ式、例えば4辺形パッチである3次のベジェパッチによりあてはめることが多かった。この方法であると、4辺形以外の面形式、特に頻繁に出現する3辺形面までをも内部に適当な点を発生させ3つの面に分割し4辺形パッチによりあてはめるため、パッチ数の増加をもたらす。また、この分割処理にも困難な問題を含んでいる。そこで、本手法においては、3辺形面を4次の3角形ベジェパッチにより面のあてはめを行なうようにした。Fig.2(a)(b)は、本手法で用いられるパッチ式の制御頂点と制御辺ベクトルを図示したものである。パッチ間の接続の考慮から、これらの式の重ね合わせの曲面式を使用する。

3-2. 接平面連続条件を満足した内挿法

隣合ったパッチ(Sa, Sb)間で接平面連続条件を満足させるためには、共有境界曲線上で両パッチのパラメータu, vに関する微分ベクトルが以下の式を満足することである(Fig.3)。

$$\partial S_b(0, v) / \partial u = k(v) \partial S_a(0, v) / \partial u + h(v) \partial S_a(0, v) / \partial v \quad (1)$$

$$k(v) = k_0(1-v) + k_1v$$

$$h(v) = h_0(1-v) + h_1v \quad (k_0, k_1, h_0, h_1 \text{は任意のスカラー一定数})$$

ここで、パッチの境界は3次のベジェ曲線として与えられており、パッチの4隅の点において(1)式を満足し

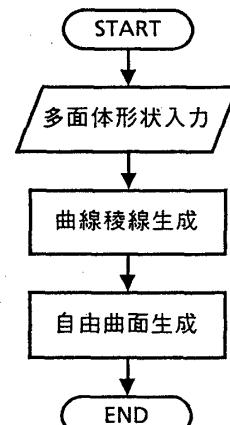


Fig.1 処理の流れ

ていると仮定すると、本節の目的はFig.2(a)(b)に示される b_1, b_2 制御辺ベクトルを算出することとなる。このような要求に答える効果的な内挿法として、基礎パッチを用いた手法が提案されている⁴⁾。この手法は、Sbの b_1, b_2 ベクトルを算出する際、Saとの接続を考えるのではなく、Sbの境界制御頂点のみから定義される3次のベジエパッチ（基礎パッチ）を考え、この基礎パッチとの接続を行うというものである。本手法においては3辺形面を内挿するパッチ式として3角形ベジエパッチを導入したため、この手法をそのまま適用することは困難である。そこで、基礎パッチとしてFig.2(c)に示される3次の3角形ベジエパッチを使用する。Fig.3は基礎パッチとして3角形ベジエパッチを用いた接続法の概念を示したものである。Sa側にSbの境界制御頂点のみから3角形ベジエパッチの制御辺ベクトルである a_0, a_1, a_2 を算出する。 a_0, a_2 は、 b_0, c_0 及び b_3, c_2 により定義される平面上に存在し、かつ、 c_0 及び c_2 とともに正3角形を構成する。 a_1 は、 b_0, c_0 及び b_3, c_2 により定義される平面の平均をとった平面上に存在し、かつ、 c_0 とともに正3角形を構成する。Fig.4は、基礎パッチとSb: 3, 4辺形面との接続を制御辺ベクトルにより図示したものであり、それぞれに関し式(1)を用いてSbパッチの b_1, b_2 ベクトルを求めるところ、以下の式が得られる。

Sbパッチの次数: d_b (3、又は、4)

$$b_0 = 3(k_0 a_0 + h_0 c_0) / d_b$$

$$b_3 = 3(k_1 a_2 + h_1 c_2) / d_b$$

により、 k_0, k_1, h_0, h_1 を算出し、

$$b_1 = (k_1 a_0 + 2k_0 a_1 + h_1 c_0 + 2h_0 c_1) / d_b$$

$$b_2 = (2k_1 a_1 + k_0 a_2 + 2h_1 c_1 + h_0 c_2) / d_b$$

4. 実験例

8つの面から構成される多面体に対し、本手法を適用した。1回の細分割を施したこの多面体から自由曲面（パッチ数48）を生成するのに要するCPU時間は、1mips程度のコンピュータで約4秒であった。

5. おわりに

内挿法を用いることにより、境界曲線に制限を与えないに接平面連続条件を満足した自由曲面を容易に生成できることが分かった。今後は、凹部を持つN辺形面の生成法、及び、直線稜線から曲線稜線への変換法を考え、意匠設計部門への展開を計って行きたい。最後に、本研究に関し有益なご意見を頂いた山梨大学、古川進助教授、伊藤誠助教授に深く感謝します。

6. 参考文献

- 1) E.Cutmull and J.Clark, "Recursively generated B-spline surface on arbitrary topological meshes", CAD, Vol.10, No.6, 1978
- 2) 山口他, 多面体細分割による近似曲面の生成法, 第3回NICOGRAPH論文コンテスト, 日本CG協会, 1987
- 3) 古川他, 宝飾工芸品のための曲面記述に関する考察, 昭和63年精密工学会秋季大会学術講演会
- 4) 千代倉, ソリッドモデリング, 工業調査会, 1985

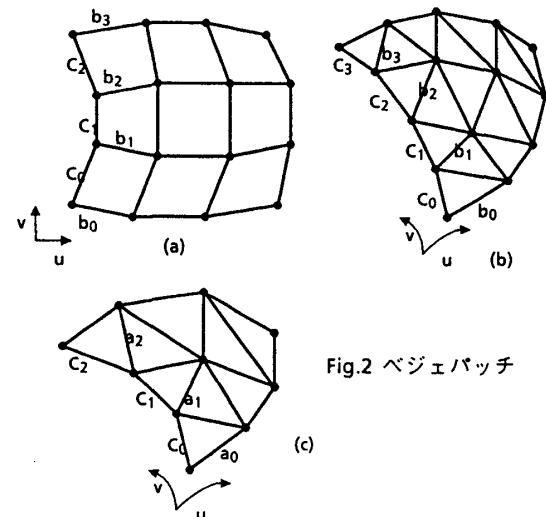


Fig.2 ベジエパッチ

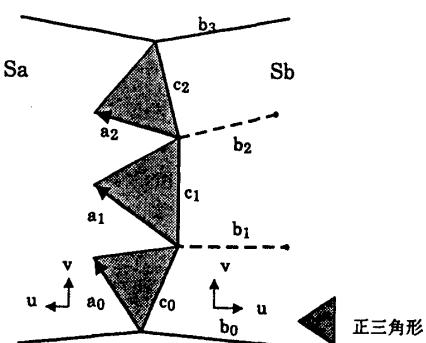


Fig.3 接続概念図

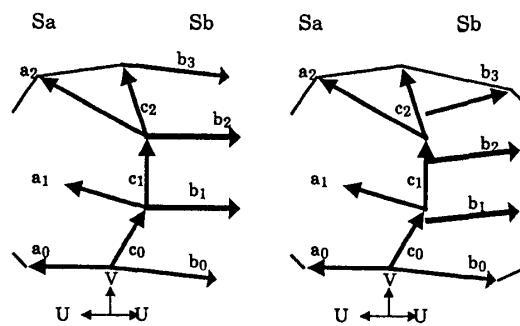


Fig.4 3辺形基礎パッチと3,4辺形パッチとの接続