1K−5

ネットワークの定性的挙動解析

黒川 寛　馬場口 登　手塚 慶一

大阪大学

1．まえがき

社会システムには，ネットワーク状にモデル化できるものが非常にたくさん存在する．例えば，電話網，情報通信網，また電力，水道供給網，そして交通網などである．それゆえ，ネットワーク上の物（客）の流れの変化の解析は，その運用の上で必要不可欠と言える．

一般にネットワークモデルの解析は容易ではなく，数値シミュレーションに頼るところが大きい．しかしながら，現実のネットワークは複雑大規模であり，数値シミュレーションがすべての場合について適用できるとは限らない．近年，動的システムの解析に応用されつつある定性推論[1][2]とは，厳密な計算を行わず，量の増減・大小といった定性的な情報をもとに，粗い解析を行うことを目的とするものである．

そこで本稿では，定性推論を導入することにより，ネットワークの大局的な解析を行い，その状態推移，すなわち挙動を定性的に解析する手法について述べる．

2．ネットワークの記述と諸定義

対象とするネットワークは，ノード i とエッジ e，およびエッジの重み w，そしてグラフ上の客のフロー q などで構成される．フローとは単位時間当りに流れる客数であり，また，あるノードにおいて，単位時間当りに到着，退出する客数をそれぞれ入フロー，出フローと呼ぶ．エッジは有向であり，エッジにおける最大フローを容量 Q と呼ぶ．さらに，ネットワーク内を流れる客の速さがすべて等しいとすると，重み w はそのエッジの通過所要時間 T を意味する．このとき，ネットワーク NET は次のように記述できる．

$NET \triangleq \langle V, E, W, A \rangle$

V：ノード集合，

$V \triangleq \{ i \mid i = 1, \cdots, N \}$

E：エッジ集合，

$E \triangleq \{ e_{ij} \mid i \neq j,\ i, j \in V \}$

W：重み集合，

$W \triangleq \{ T_{ij} \mid i \neq j,\ i, j \in V \}$

A：フロー集合

$A \triangleq \{ \langle q_{ij}, Q_{ij} \rangle \mid i \neq j,\ i, j \in V \}$

（添字ijはノード i から j へという意味である．）

3．ネットワークの状態の変化

ネットワークの状態が変化する要因をイベントと呼ぶ．イベントには，容量の変化，フローの制限などがある．このイベントの発生によってネットワーク内の各部分の客の流れ具合いがどうなるのかを解析することにより，実際にイベントが発生した場合の対処法をあらかじめプランニングすることが可能になる．これに関する量は，時間遅れ，フローの増減，影響の強度が挙げられる．

3．1．時間遅れの概念

あるエッジ e_{ij} におけるフロー q が定常状態にある場合，そのエッジ上に存在する客数は qT で表される．これによって，例えば出端側ノード j への出フローが k 倍（$0 \leq k < 1$）に制限された場合，その影響が入端側ノード i に達するまでの所要時間 t は，

$$t = T \frac{Q - q}{q(1 - k)}$$

で表される．すなわち，あるエッジの出端で生じた出フローの制限の影響は，時間遅れ t で入端に達する．このとき，入端ノードはこのエッジが満員になったことを知り，ここへの出フローを k 倍に変える．逆に，エッジへの入フローが k 倍に制限された場合は，その影響が出端点に達するのは時間 T 後であり，エッジからの出フローは k 倍に変化する．

3．2．フローの増減

フローの増減は定性値[1]により記述する．定性値は，ある境界値との大小関係により与えられ，[+]，[0]，[-] の3値が存在する．フローの増加を定性的な記法により表現すると，次式のように記述できる．

$$dq = [+]$$

この式は定性式と呼ばれる．左辺は q の時間変化量を意味し，右辺は定性値である．これは q が増加していることを意味している．

3．3．影響の強度

客が任意の点から任意の目的地へ行動しているものと仮定すると，ネットワーク上の客の動きはランダムであると考えても差し支えない．このとき，一つのノードに接続しているそれぞれの入力エッジ（出力エッジ）は同等である．したがって，イベントの発生によって生じる，ノードへの入フローの変化量 ΔQ は，各エッジへの出フローに均等に分散する．分散するエッジ数を n とすると，影響の強度 I は $\Delta Q / n$ と定義され，その値が小さいほど影響は小さい．

この概念により，定性値の和の結果の曖昧性[4]を軽減できる．すなわち [-]+[+] という演算において，強度の大きいほうの定性値を演算結果と定義することにより，複数の演算結果の発生を防いでいる．この意味から，強度はある種の定性制約と考えることができる．

Qualitative Analysis of Network Behavior
Hiroshi KUROKAWA, Noboru BABAGUCHI, Yoshikazu TEZUKA
Osaka University

4．イベント発生による影響の定性伝播

ｉにおけるｅijへの出フローが△Ｑ低下するというイベントが発生した場合の影響の伝播について考える．

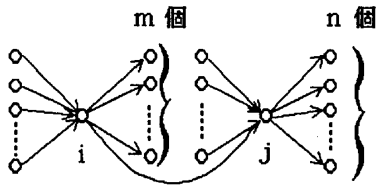

図１．ｉからｊへのフロー低下

図1において，ｑijがノードｉでΔＱのフロー低下を起こしたとすると，ｉからｅij以外のエッジへの出フローは増加する．ただし，オーバーフローは起こらないとする．またｊの入フローはΔＱの低下を起こすので，ｊからの出フローはΔＱ減少する．以下に，各ノードへの伝播情報を与えるためのアルゴリズムを定性式を用いて示す．［Ｉ］はｊから下流への減少の伝播状況を，［Ⅱ］はｉから下流への増加の伝播状況を調べるものである．［Ｉ］［Ⅱ］のそれぞれからは，次のような伝播情報が順次得られ，集合S^-，S^+に加えられる．

（＜i,j＞，Tij，ｘ，Ｉ）
＜i,j＞：＜伝播の親ノード，現ノード＞
Tij ：親ノードからの時間遅延
ｘ ：［Ｉ］のとき[-]，［Ⅱ］のとき[+]
Ｉ ：影響の強度

また，影響の強度が十分小さい場合，情報としての価値を持たなくなるので，適当な境界値を設け，それを下回るとアルゴリズムが停止するようにする．

【イベント発生】ｉにおいてｄｑij＝－ΔＱ＝［－］．

【境界値の設定】（推論の停止条件の設定）

QL≙ΔＱ／Ｌ （Ｌ≫１）

［Ｉ］下流への減少の伝播
(1) ｊにおいてｄ(ｊの入フロー)＝ｄｑij＝［－］
(2) ｊへの伝播情報として
（＜i,j＞，Tij，［－］，ΔＱ）
をS^-に加える．
(3) ｊから出ているエッジｅjkをすべて列挙し，その数をｎとする．
(4) すべての終端ノードｋについて，その親ノードの影響の強度がＩのとき，ｋの伝播情報として
（＜j,k＞，Tjk，［－］，Ｉ/ｎ）
をS^-に加える．
(5) Ｉ/ｎ＞QLであれば，すべてのｋについて(3)以下を繰り返す．

［Ⅱ］下流への増加の伝播
(1) ｉから出ているエッジｅihをすべて列挙し，その数をｍとする．
(2) すべての終端ノードｈについて，その親ノードの影響度がＩのとき，ｈの伝播情報として，
（＜i,h＞，Tih，［＋］，Ｉ/ｍ）
をS^+に加える．
(3) Ｉ/ｍ＞QLであれば，すべてのｈについて(1)以下を繰り返す．

5．影響伝播からの推論による状態予測

前節で述べた影響伝播のアルゴリズムによって，イベント発生による周辺への影響，すなわち，各ノードの出入フローの増減とその伝播時間を推論することが可能になる．

イベントの発生ノードはｉである．任意のノードｐにおける影響の伝播の状況は次の手順により得られる．

①S^+（S^-）の要素の第１項をもとにして，ｉを始点，ｐを終点とする伝播経路を検索する．
②各経路を構成する要素の第２項の和が，イベントが発生してから，そのフローの増加（減少）の影響がｐに伝播するまでの，それぞれの経路の時間遅延τを表す．
③各経路による影響の強度Ｉは，その経路の最終要素の第４項である．

これにより，ｐにおけるフローの影響が次のような組合せの集合で表現できる．

＜τ，ｘ，Ｉ＞
τ：時間遅延，ｘ：[+]or[-]，Ｉ：影響の強度

イベントの影響が複数重なる場合，定性値と影響強度の積をそれぞれ加え合わせてやることにより，全体としてのフローの挙動を知ることができる．例えば次のような３つの系列が得られたとする．

＜3,[-],0.5＞，＜5,[+],0.2＞，＜6,[-],0.1＞

このときｐのフローの状況は図２のようになる．

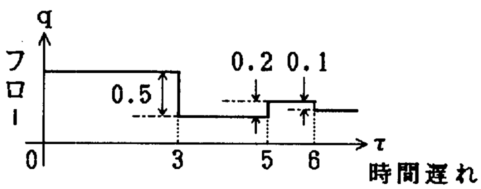

図２．フロー変化の定性伝播と時間遅れ

6．おわりに

定性推論を用いることにより，ネットワーク内で発生したイベントの影響がどのように周辺に伝播するかについての粗い解析を行う方法を提案した．

今後は，実際の様々な現象がどのようなイベントによって記述されうるかについて検討したい．

《参考文献》

[1]溝口,古川,安西編，“定性推論”，共立出版（1989）
[2]西田，“定性推論に関する最近の研究動向 （I） 基礎技術の進歩”，情報処理，Vol.29，No.9，pp.1009-1022 (1988).
[3]西田，“定性推論に関する最近の研究動向 （Ⅱ） 新しい研究分野・応用”，情報処理，Vol.29，No.11，pp.1322-1333 (1988).
[4]Kuipers,B,“Qualitative Simulation”,Artificial Intelligence, Vol.29, pp.289-338 (1986).