5 J − 6

ガウス分布による画像鮮鋭化の方法

小林　富士男
福山大学　工学部

1．まえがき

点広がり関数をガウス分布で近似し，多元連立１次方程式を求め，この方程式を解いてぼけ画像を鮮鋭化する方法について述べる．次に，新しい鮮鋭化法であるオペレータ法を提案する．このオペレータ法には，簡単な計算で鮮鋭化オペレータが求まり，また，安定で，しかも計算時間が短縮される等の特長がある．

2．ガウス分布による画像鮮鋭化

２次元画像において，焦点が合った理想的な画像の濃度値を f（x，y）とし，実際に得られるぼけた画像の濃度値を g（x，y）とすれと，次式のように表すことができる．

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x - x', y - y') \cdot f(x', y') dx' dy' \qquad (1)$$

ただし，h（x，y）は点広がり関数（ぼけを表す関数）で，一般にはガウス分布またはそれに近い形となることが多い．式（１）をディジタル画像に適用すると，

$$g(i, j) = \sum_k \sum_l h(i - k, j - l) \cdot f(k, l) \qquad (2)$$

となる．ディジタル画像の画素数をm×nとし，背景の影響が無視できるように設定すればmn元の連立１次方程式が得られ，ベクトルで表示すれば次式のようになる．

$$A\boldsymbol{\mu} = \mathbf{b} \qquad (3)$$

ただし，Aはmn×mnの行列であり，$\boldsymbol{\mu}$，$\mathbf{b}$はmn次の列ベクトルである．点広がり関数をガウス分布で近似すると，係数行列Aは正則で疎行列となり一般には対角優位となる．従って$\boldsymbol{\mu}$は一意的に定まる．それゆえ，ガウス分布

			-0.0002			
		-0.0002	0.0035	-0.0002		
	-0.0002	0.0035	-0.0655	0.0035	-0.0002	
-0.0002	0.0035	-0.0655	1.2364	-0.0655	0.0035	-0.0002
	-0.0002	0.0035	-0.0655	0.0035	-0.0002	
		-0.0002	0.0035	-0.0002		
			-0.0002			

図３　鮮鋭化オペレータ

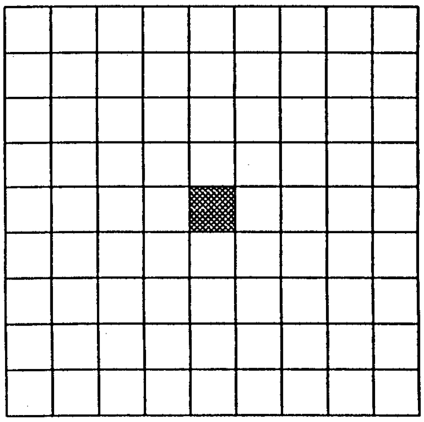


図１　単位画像

0.0023	0.0432	0.0023
0.0432	0.8180	0.0432
0.0023	0.0432	0.0023

図２　ガウス分布の値

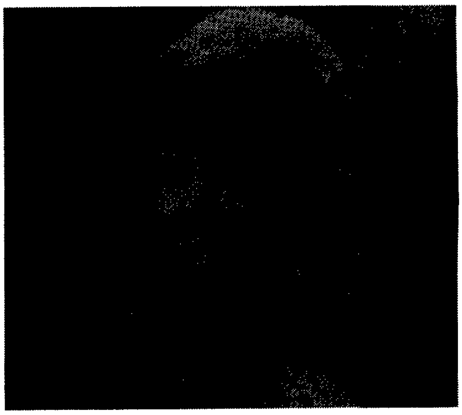


図４　原画像

The Methods of Image Sharpening based on Gauss Distribution
Fujio KOBAYASHI
FUKUYAMA University

の標準偏差σが定まれば，焦点はずれ等でぼけた画像から鮮明な画像が求まることになる．

３．オペレータ法による画像鮮鋭化

一辺が１の大きさの正方形内で値１をとり，その外側では０となる方形関数をδ（x，y）とすれば，

$$\delta(x, y) = \mathrm{rect}(x, y) \qquad (4)$$

ただし，

$$\mathrm{rect}(x, y) = \begin{cases} 1, & |x| \leqq 1/2, \\ & |y| \leqq 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2, \\ & |y| > 1/2 \end{cases}$$

と表される．画像g（x，y）とδ（x，y）の積の積分を次式のように表す．

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x, y)\,\delta(x, y)\,dx\,dy$$

$$= g(0, 0) \qquad (5)$$

上式のg（０，０）は，原点を中心とする１×１の正方形内のg（x，y）の平均を表す．δ（x，y）を（α，β）だけ移動させれば，

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x, y)\,\delta(x-\alpha, y-\beta)\,dx\,dy$$

$$= g(\alpha, \beta) \qquad (6)$$

となる．式（６）は（α，β）を中心とするg（x，y）の平均を表し，任意の移動量（α，β）に対して成立する．

いま，１画素の大きさをx＝１，y＝１の正方形とし，図１のように中心に位置する１画素だけ１の濃度値をもち，その他の画素の濃度値は全て０である画像を単位画像Ｅとする．また，ガウス分布の中心は１の値をもつ画素の中心とする．このときの係数行列をＵ，未知数をＤとし，右辺側の定数項をＥとすれば，次式が得られる．

$$UD = E \qquad (7)$$

式（７）は，

$$D = U^{-1}E \qquad (8)$$

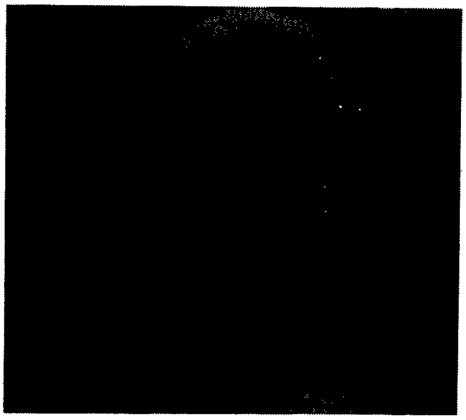
となる．このようにして求めたＤは，鮮鋭化オペレータとなり，与えられた画像にオペレータＤを適用すれば，鮮鋭な画像が得られる．σ＝０．３のときのガウス分布の値は図２のようになる．図３はそのときの鮮鋭化オペレータである．このオペレータ法は，前述の行列法と等価であり，しかも，行列法において多量の記憶容量，演算時間を必要とする問題点がすべて解消される。

４．計算機シミュレーション

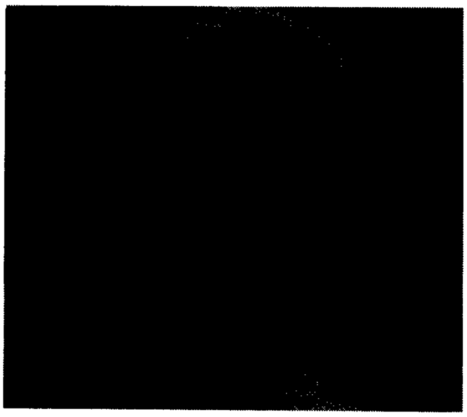
図４はＧＩＲＬの原画像である．σ＝０．３とし，図４に上述の操作をくり返し実行して得られた画像が図５である．同図より鮮鋭化されている様子がうかがえる．

５．むすび

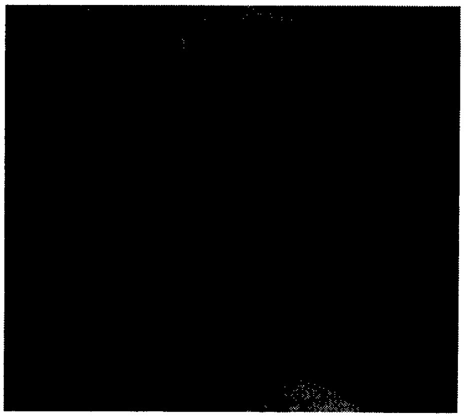
点広がり関数をガウス分布で近似して画像が鮮鋭化されることを示した．更に，新しいオペレータ法を提案した．行列法とオペレータ法は等価であるが，オペレータ法は，処理時間が短く必要な記憶容量もごく僅かである．



（ａ）　くり返し回数　２回



（ｂ）　くり返し回数　４回



（ｃ）　くり返し回数　６回

図５　鮮鋭化画像