自由曲面パッチ接続問題の解決

5J−1

穂坂　衛（東京電機大）

1．ことわり。　上記の表題の論文は学会誌本年5月号に掲載されており、またその解説と筆者の総合的な考え方については、本年7月20日の情報処理学会グラフィクスとCAD研究会での講演とその研究会報告[1]に掲載される。筆者はこの大会開催時期には国外にいため、口頭で発表することはできず、また与えられた2ページでは理論を要約するのも難しい。そのため、論文の概要とその後の発展について、この論文を書いた時(89.8)以降に書き外部に発表した文献をつけることでお許し願いたい。

2．論文概要。　原論文はテンソル積表現が可能な自由曲面パッチの接続2種と、それが可能でない曲面の接続を取扱う。最初に$C^{(n-1)}$接続をするn次のベジェ多辺形列（以下B多辺形と略称する）、および接線と曲率の連続だけに限定した$G^{(2)}$接続のB多辺形列を生成できる多辺形を導出し、それらをスプライン多辺形（S多辺形と略称する）と名付ける。それで$C^{(n-1)}$と$G^{(2)}$接続のベジェ曲面の制御点網（Bネットと略称する）をS多辺形に対応するSネットから導出する方法を示す。これで多くの形状の曲面合成は容易になったが、テンソル積型のパッチだけでは表現できない領域が現実の対象には存在するから、次に境界条件を全て与えられた曲面パッチの生成を取扱う。

筆者がパラメトリックな曲線、曲面表現にB多辺形、Bネットを用いるのは、生成される曲線、曲面の性質が良いこと、筆者の簡潔な表現法によって解析が容易になったこと、接線、接触平面、曲率、捩率等が直観的に把握でき幾何学的意味が明確であること。図的な理解や、処理も容易なことのためである。さらに最近は、自由曲面の次数を増やすことや干渉や評価の計算が多くなってきたため、曲面形状を再帰的に計算していくBasis-スプライン（通常は略してBスプラインと呼ばれる）の従来の計算方法では、それらへの対応が困難である。少なくともパッチの表現式は解析的な数式であり、さらに幾何学的な解釈や数値計算のし易さを兼ね備える必要が起こってきた。これにはBパッチが適しているが、難点はそれの接続問題が体系化されていないことであった。この研究はそれを解決することを目標としたが、その方法と表現は筆者のB曲線、曲面表現に対応する簡潔さを持つことが、実用上も重要であると考えた。

B曲線の接続に関して体系を立てるため、筆者は接続を支配する接続定義多辺形を考え、隣接する定義多辺形を生成管理する機能をもつものとしてS多辺形を導出する。その手法は直観的な幾何的推論と初等幾何のメネラウスの定理を用いる。これは技術者が創造的設計に手段として理論や方法を利用するためには、幾何的イメージを重視する必要があり、そのため幾何的な導出方法を採用し意味が明確で理解容易なB多辺形に帰着させるようにした。それと同時にS多辺形より

New Solutions of Connection Problems of Free-form Surface Patches

Mamoru HOSAKA
Tokyo Denki University

B点位置を算出する簡潔な公式を作ること、および計算のための能率のよい新しいアルゴリズムを作ることができた。　これで高次の接続を要求する曲線曲面の合成においても直接B多辺形やBネットに落とすことが可能となったし、S多辺形やSネットの頂点増加の手法も自然に理解でき、図的にもS多辺形よりB点が決定できる。この幾何的な解釈を$C^{(2)}$の条件を曲率連続に緩めた$G^{(2)}$接続の場合のB点配置にも適用した。結果は従来のベータ・スプラインより遙かに判り易く、かつ一般的である。

このようにして、正則な接続の場合は解決したので、最後に、テンソル積では解決できず非正則な接続を要求する「与えられた境界条件を満足する曲面パッチ」を生成する問題を取扱う。筆者は境界微係数補正曲面を導入し、パッチの各境界毎に接線ベクトルのみならず高次の微係数ベクトルをも独立に補正できる曲面の公式を与えた。これの利用の実例として、凹凸辺の集る領域の丸めやスプラインネットの中に埋まる3辺形パッチ決定の方法を示した。以上何れも新し方法で自由曲面の接続問題を解決した。導出方法は簡潔であり利用しやすい形式である。

3．その後の発展と応用。　正則な接続に関しては、得られた結果はそのまま有理式ベジェおよびスプラインにも適用でき、スプライン多辺形の各頂点に重みが付与された場合、$C^{(n-1)}$接続をする有理ベジェ曲線が導出できる。通常スプラインより$C^{(n-1)}$接続する通常ベジェ多辺形列が得られ、それを3次元空間内での有理変換で$C^{(n-1)}$接続する有理ベジェ多辺形列となる。$G^{(2)}$接続での自由度増加に関しても同じである[2]。有理2次ベジェの拡張とそれのフォント表現への適用は論文誌にある[3]。曲面上の特性曲線に関しては昨年秋のシンポジウム[4]。2次有理曲面と通常の曲面との接続は春期大会で発表し[5]、曲面の非正則な接続に関してのより詳細な事項に関してはEurographics90で発表する[6]。　曲面がパラメトリク表現であれ、陰関数表示であれ直接的な数式になっていることは、複数の曲面やそのオフセット曲面を含めての干渉問題の解決に新しい方法を導入でき、従来困難であった問題を効果的に解決できるようになった。精密工学会、機械学会の設計シンポジウムで発表する(90.7)[7][8]。また曲面上の各種の特徴線や光線との干渉に関しては、数式化した曲面でないと取扱い難い。これは一部春期大会に発表し[9]、より詳細にはEurographics'90で発表する[10]。

文献．[1] 穂坂：曲面の形状制御、接続、干渉等の研究について、情報処理学会研究会「グラフィックスとＣＡＤ」90.7.20.　[2] 斎藤剛、穂坂：有理ベジェおよびスプライン曲線曲面の直観的構成法と形状制御、情処学会投稿中。[3] 同：拡張有理2次ベジェの性質と曲線近似、論文誌31.1、90.1。高品質文字フォントへの応用、論文誌、31.4、1990.4。[4] 穂坂、東、久志本：曲面の特徴と評価に関する諸量と表示、「グラフィクスとＣＡＤ」シンポ論文集。89.11、[5] 2次有理ベジェ曲面の接続.40回大会講演論文集1P-2,1990.3.,[6] 斎藤、穂坂：Interpolating Curve Networks with New Blending Patches.Proc.Eurographics '90,1990.9、[7] 穂坂、久志本：曲面問題における微分幾何と微分方程式の数値解法の適用,第8回設計シンポジウム論文集。[8] 久志本、穂坂：曲面干渉問題の新しい解法について,同上。[9] 権田、久志本、穂坂：曲面の直交特徴線とハイライト、春期大会90.3。[10] 東、久志本、穂坂：On Formulation and Display for Visualizing Features and Evaluating Quality of Free-form Surfaces. Proc. Eurographics'90.