

多段網における折り畳みについて

5Q-10

岡田義邦, 坂本康治, 濱崎陽一, 鈴木基史

電子技術総合研究所

一般に大規模な分散処理問題が与えられたとき, これを実行するプロセッサ間の網(ネットワーク)は実際のハードウェアの規模より大きくなり, もとの網を模擬する必要がある。このような観点から商網¹が提案され, プロセッサ間の専用通信線に着目して, 時分割による典型的網の同系網間や異種典型網間の模擬能力の解析がなされている。筆者らはこれより積極的に網の能力を拡大するという観点から折り畳み法を提案した²。ここでは折り畳みの多段網への適用を考察する。

折り畳みの定義: ネットワークは一般にグラフとして表現される。グラフ G の点を $V = \{v_i, i=1, n\}$ と記す。グラフ G に関して次の折り畳み操作を順次有限回行ってグラフ K が得られた時, グラフ K をグラフ G の折り畳みと呼ぶ(図1参照)。

折り畳み操作: グラフの任意の2点 v_i と v_j を除去しその代わりに点 v_{ij} を付加する。 v_i または v_j と接合されていた線は保存され, 点 v_{ij} と接続される。

この定義は, グラフの定義(通常, 多重, 擬グラフなど)により, 自己ループ(同一点を結ぶ線)と多重線の除去操作が異なるが, 以下では(有向)多重

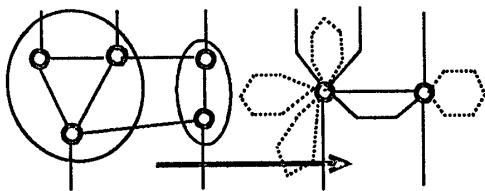


図1 折り畳み操作

Folding on Multistage Network
Y. OKADA, K. SAKAMOTO, Y. HAMAZAKI,
& M. SUZUKI

Electrotechnical Laboratory

グラフに限って議論を進める。ネットワークとグラフとの対応では, 一般に伝送路は線に, 点はノードに相当するが両者の区別は, 実装・ルチング方法などに依存し, サブグラフを一つのノードと見なす事もできる。折り畳み操作は, このようなクラスタ化の一つであるとも見なせる。

折り畳みの効果

折り畳みにより, 一つのノードあたりの次数の増加とこれに伴うノード内でのスイッチ数増加, ルチング制御の複雑化が生ずる一方で, 次のような利点が生ずる。従ってこれらのトレードオフを考え, 実際のシステムを設計する必要がある。

折り畳みの利点:

- ①ループ除去による伝送路の削減,
- ②ハイス機能: 伝送路を経由するパケットを内部ルチングによりハイスできる,
- ③多重化によるパケット閉塞確率の減少,
- ④通信遅延の減少,
- ⑤適応性: トラフィックの状況に応じて, 多重線数を加減できる。

多段網の折り畳み

次に折り畳み法を多段網に適用する場合について考察する。折り畳みの場合の数は膨大になるが, 網の特性を生かすには, 横方向と縦方向など規則的に実行する方法がよいと考えられる。また, 折り畳んで効果のある網としては, ①段間の写像が同型のもの(混合・交換網), ②段数を多くとり非閉塞網を実現するもの, ③ルチング法が簡単で段数によらないもの, ④自己ループが多数生ずる折り畳みが可能なもの

(Cube, CCC)等が考えられる。

いま, 横方向に一樣に折り畳んだ場合のノードの次数 k , 1要素のハード量を

Hk, 一段の要素数N, もとの段数M, ノード量は, $N \cdot M \cdot H$ から, $N \cdot (M/k) \cdot Hk$ になりその比は, $H \cdot k / Hk$ となる。遅延時間については, ノードのばらつきが生ずるため, 一概に言えないが, バイパスできる分だけ短縮される。

オメガ網の折り畳み例

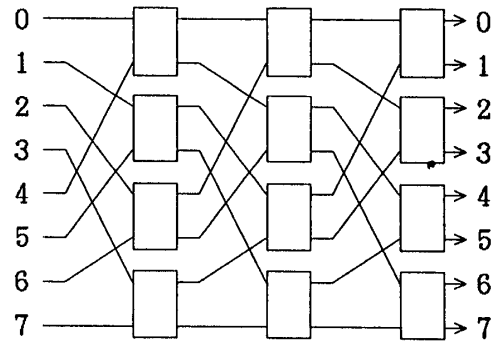
オメガ網の場合は図2(a)に示すように, 各段間の写像と要素内の構成が一様であり, 折り畳みに適している。図2(b)右は, これを横方向に折り畳み, 一段の網にした例である。入出力数をnとすると, $\log n$ 段が一段に折り畳まれる。この場合, 折り畳まれた網の要素(図2(b)左)は, $2M$ 本の入・出力線を持つ。要素内の2つのスイッチ箱では, ①ルーチングが終了し最終出力となるものについては図の細線出力へ, ②その他のものは $M-1$ 本の太線出力の中で空いているものへ結合される。

スイッチ数は, もとの網が $4n \cdot \log n$, 折り畳み後は, マトリクススイッチを要素内で採用した場合, $4nM^2$ となる。従って, 折り畳んだ後は, $M^2 / \log n$ 倍のスイッチ数が必要である。Mの値は, 多重グラフ線そのまま残した場合には, $\log n$ となり, スwitch数が $\log n$ 倍となってしまう。このため実用的には, 線数を減少させるか, マトリクススイッチを他のものに置き換える事が望ましい。太線出力の各線に k 対1 マルチプレクサを使い, 細線出力には, M 対1のマルチプレクサを使用した場合には, $2n(k(M-1)+M)$ 個のスイッチで済む。この場合, スwitch数の比は,

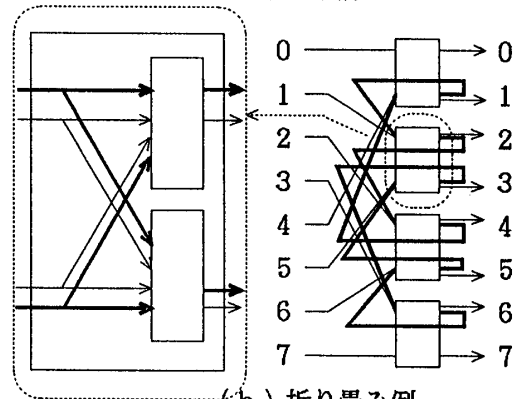
$(k(M-1)+M) / (2 \log n)$ となり, $M = \log n$ の時でも 約 $(k+1)/2$ に抑える事ができる。

ルーチングは次のように実行できる。

- ① 発進番地を回転(S1とする),
- ② S1の桁を目的番地(D0)の桁と比較し, 残りの移動情報dを作成。
- ③ オメガ網と同様にdに基づいて移動し, 目的番地に接続された要素内で図の細線へ移動。



(a) オメガ網



(b) 折り畳み例

図2 オメガ網の折り畳み例

考察

以上, 折り畳みという観点からの網の縮退の一方法を述べ, その得失について論じた。折り畳みは, 通常グラフについては文献1の商網となる。折り畳みを生かす為には, うまく利点に結びつくグラフ化の手法を見つける事が必要となる。ルーチングの方法については, 折り畳まない時のものに修正を加える必要がある。ただしそのものが変化しているため, 折り畳みの特性を生かした最適解を見いだす必要がある。また, この方法では, 折り畳む点の数が多くなるほどノード内での処理が多くなる。このため, ノード内のルーチング方法の選択とその実現方法が極めて重要となる。

文献

1. Fishburn & Finkel, "Quotient Networks" IEEE Tr. Comp. C-31 No. 4
2. 岡田, 坂本, 鈴木, 濱崎, "ネットワークにおける折り畳みとその効果", '90電子情報通信学会春期全国大会