

7Q-8

# 三次元メッシュ生成方法の検討

丸山 明久 上西 博文

( (株) 日立製作所 中央研究所 )

1. はじめに

数値シミュレーションを実行するためには、連続した物理量を離散化して計算するための解析格子(メッシュ)が必要である。このメッシュを生成する方法は、これまでに多くの研究により種々提案されてきた[1]。しかし解析対象が複数の部分領域から構成されている場合、如何に能率よくメッシュを生成するかという点については問題があった。本報告では、複数の部分領域からなる解析領域に対しても、能率よくメッシュを生成する手段を提案する。

2. 三次元メッシュ生成方法

三次元メッシュの生成方法を図1に示す。まず実空間の解析形状を直方体に写像し、写像空間の直方体を直交メッシュに分割する。そして写像空間の直交メッシュを実空間に逆写像し直すと、実空間での三次元メッシュが生成される[2]。即ち直方体の6面 $S_i$ 、頂点 $P_i$ に対応するように、実空間の構成面 $S_i$ 、頂点 $P_i$ を決定することができればよい。以下、具体的な手順について説明する。

STEP1) 曲面の入力

三次元解析領域の外形および内部境界を表す曲面を入力する。入力する曲面は平面、円筒面、回転面、スプライン曲面など数式表現できるものであれば何でもよい。

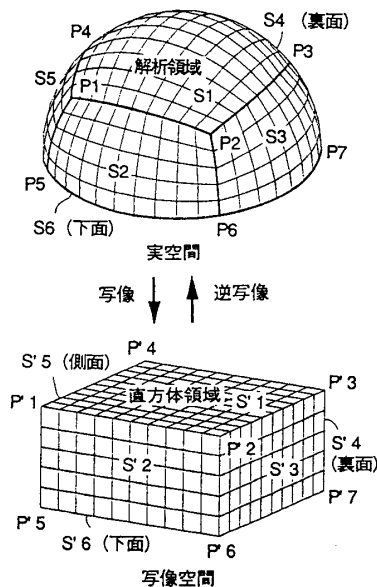


図1 三次元メッシュ生成方法

STEP2) 面要素の作成

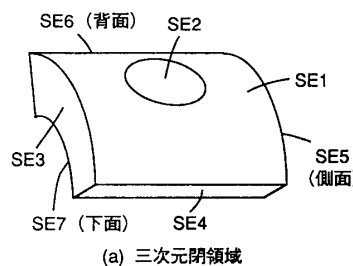
入力された曲面すべての組合せについて、曲面間の交線を求める。その交線で曲面を分割し、分割された曲面を面要素と定義する。

まず交線を曲面の定義域である $u, v$ パラメータ領域に変換する。そして交線間の交点、および交線と領域境界との交点をすべて計算する。求めた交点で交線を分割し、分割された交線を線要素と定義する。

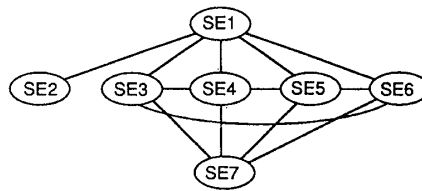
次に線要素を追跡することにより閉領域を抽出し、面要素を作成する。但し線要素を追跡する際、線要素が複数本接続する分岐点では常に左側の線要素に進むようにする。これにより得られた閉ループの内部は面要素となり、求めるべき三次元閉領域の境界面の一部を形成する。

STEP3) 三次元閉領域の抽出

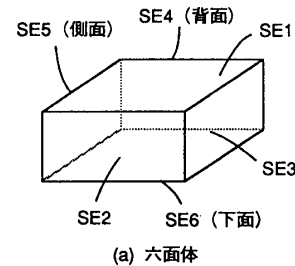
三次元閉領域の抽出方法を図2で説明する。図2(a)に示す7つの面から構成されている形状を考え、ある面要素、例えば $SE_1$ を選び、 $SE_1$ に接続する面要素 $SE_2 \sim SE_6$ を取り出す。次に $SE_2 \sim SE_6$ に接続する面要素(ここでは $SE_7$ のみ)を取り出す。その際、ある面要素に接続する他の面要素を取り出すたびに、図2(b)に示す接続グラフを作成し、面要素間の接続関係を表す。図中の線は接続関係を表しており、計算機上ではポイントで表す。 $SE_1 \sim SE_7$ で構成している閉境界面の内部が三次元領域である。この三次元領域を三次元ブロックまたは単にブロックと呼ぶことにする。



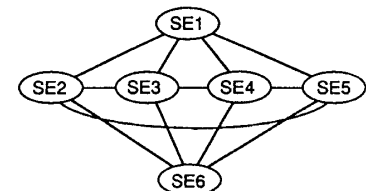
(a) 三次元閉領域



(b) 三次元閉領域の接続グラフ



(a) 六面体



(b) 六面体の接続グラフ

図2 三次元閉領域の抽出

図3 六面体と接続グラフ

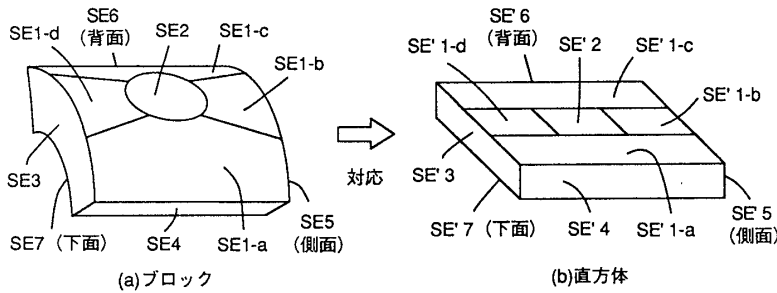


図4 ブロックの直方体への写像

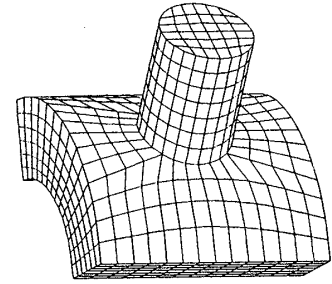


図6 三次元メッシュ生成例

STEP4) ブロックの直方体への写像

抽出されたブロックにメッシュを生成するため、ブロックを直方体に写像する。まずブロックが六面体か否かをチェックする。六面体の接続グラフは図3に示す構造を持つので、抽出されたブロックの接続グラフと比較し、六面体か否かを判定する。六面体であれば、直方体に対応づける。六面体でなければ、以下のステップを実行して直方体に対応づける。

- 1) 面要素の分割
- 2) 面要素の長方形への対応づけ
- 3) ブロックの直方体への対応づけ

図2に示した三次元形状の直方体への対応づけは、例えば図4に示す場合を考えればよい。

STEP5) 分割点の生成

面要素の辺上に分割点を発生させる処理は、図5に示す3通りがある。

(a) 図形ピック装置で指示した面要素の辺上にのみ分割点を発生させる。

(b) すでに分割点のある面要素の辺から、指定した辺に分割点を複写する。分割点を複写する規則は次の通りである。

- ①分割点数が等しくなるよう複写する。
- ②分割点間隔の比率が等しくなるよう複写する。
- (c) すでに分割点のある辺から、その対辺に分割点を複写する。対辺に分割点を複写するとさらにその対辺に複写できるので、この処理を繰り返し実行する。分割点複写の規則は(b)と同様である。

STEP6) 面要素内部のメッシュ生成

まず面要素の辺上に生成された分割点から、補間によって面要素に初期メッシュを生成する。初期メッシュをもとに、次の楕円型偏微分方程式を解き、面要素に滑らかなメッシュを生成する[3]。

$$\begin{aligned} \partial^2 \xi / \partial u^2 + \partial^2 \xi / \partial v^2 &= P(\xi, \eta) \\ \partial^2 \eta / \partial u^2 + \partial^2 \eta / \partial v^2 &= Q(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\xi, \eta$ は一辺の長さが1の正方形領域に値を取る関数、 $u, v$ は面要素が属する曲面のパラメータ

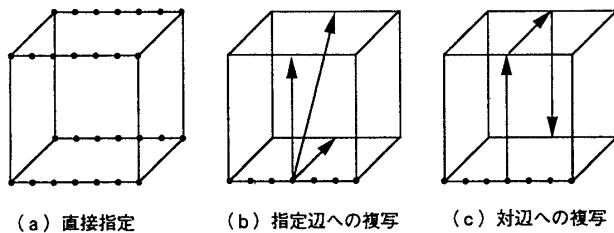


図5 分割点の生成方法

である。また右辺のP, Qはメッシュ間隔を調節する関数である。

STEP7) ブロック内部のメッシュ生成

まずブロック表面を構成する面要素のメッシュから、補間によってブロック内部に初期メッシュを生成する。初期メッシュのデータをもとに、次の楕円型偏微分方程式を解き、滑らかなメッシュを生成する[4]。

$$\begin{aligned} \partial^2 \xi / \partial x^2 + \partial^2 \xi / \partial y^2 + \partial^2 \xi / \partial z^2 &= P(\xi, \eta, \zeta) \\ \partial^2 \eta / \partial x^2 + \partial^2 \eta / \partial y^2 + \partial^2 \eta / \partial z^2 &= Q(\xi, \eta, \zeta) \\ \partial^2 \zeta / \partial x^2 + \partial^2 \zeta / \partial y^2 + \partial^2 \zeta / \partial z^2 &= R(\xi, \eta, \zeta) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\xi, \eta, \zeta$ は一辺の長さが1の立方体領域に値を取る関数、右辺のP, Q, Rはメッシュ間隔を調節する関数である。

STEP1)~STEP7)の操作により生成されるメッシュ例を図6に示す。また半導体の三次元解析形状にメッシュを生成した例を図7に示す。

3. おわりに

複数の部分領域からなる三次元領域にメッシュを生成する際の工数削減のため、次の技術を開発した。

- (1)三次元閉領域の抽出を自動的に実行する技術。
- (2)三次元閉領域を直方体に効率良く対応づける技術。
- (3)三次元閉領域の境界に分割点を効率的に生成する技術。

4. 参考文献

[1]情報処理第30巻第7号、小特集「グリッド・ジェネレーションとその応用」(1989)  
 [2]Thompson, J.F. et al.: Numerical Grid Generation: Foundation and Applications, North-Holland (1985)  
 [3]T. Takagi et al, J. Comput. Phys. 58 (1985), 67  
 [4]K. Miki et al, J. Comput. Phys. 53 (1984), 319

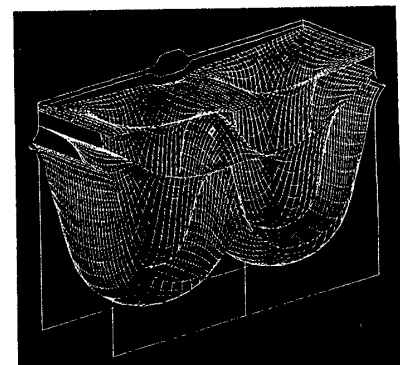


図7 半導体解析形状の内部メッシュ