

縮小探索行列法による不完全指定順序回路の最大両立性クラスMCCの生成

3M-3

後藤 公雄

神奈川工科大学

1. はじめに

不完全指定順序回路の最小化に当たって必要となる最大両立性クラスの生成法については古くから検討され、特に非両立性対ICPに依存した方法が知られている。ここでは、両立性対CPに依存した生成法^[1]として、内部状態の全組合せを部分的にしか探索しない縮小探索行列法を開発したので報告する。

2. 縮小探索行列法のための定義と定理

CC行列による縮小探索行列法の定義と定理を述べる。

【定義1】CC行列の行線上の列要素の集合をその行の要素集合と呼び、いくつかの行の要素集合の積集合を行線積と呼ぶ。またこの行線積の生起源となる各行自体の集合を起原集合と呼ぶ。

【定義2】ある行線積とその起原集合の要素よりも高順位の行の要素集合との積集合を昇順高次行線積と呼ぶ。

【定義3】CC行列上で同一の行と列の全交点に1が存在する行列を全1行列と呼び、他の全1行列に包含されない最大の全1行列をMCC行列と呼ぶ。

【定理1】CC行列で行と列が共に x_1, x_2, \dots, x_k より作られる全1行列がk行k列のMCC行列となるためには、行線積 $r(x_1, x_2, \dots, x_k)$ はその起原集合 $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ そのものでなければならない。

【定理2】CC行列で、ある行線積の起原集合がその行線積に含まれない要素を持てば、この行線積およびその高次行線積にたいする起原集合の要素で全1行列を作ることはいできない。

【定理3】CC行列で、ある行にたいする行線積がその起原集合に含まれない要素を持つとき、これらの要素の中に起原集合の最高位の要素 x_k よりも高位のものが少なくとも1個あれば、この行線積を成長させて作られる昇順高次行線積の起原集合の要素で全1行列を作り得る。また、このように要素 x_k よりも高位のものがなければ、元の行線積を成長させて得られる昇順高次行線積の起原集合から全1行列を作ることはいできない。

3. 縮小探索行列法のアルゴリズム

前述した定義と定理にしたがって、本法のアルゴリズムの概要を述べる。

【ステップ1】CPを入力しCC行列を生成する。

【ステップ2】内部状態iの設定、行線積 $mcp(1)$ 起原集合 $mcs(1)$ の初期設定およびアルゴリズムSELCHRによる接続文字 chr_x の決定を行う。

【ステップ3】行線積 $mcp(no)$ と行 chr_x の要素集合の積集合 $mcp(no+1)$ を生成し、起原集合 $mcs(no)$ と文字 chr_x を接続し $mcs(no+1)$ を生成する。

【ステップ4】行線積更新繰返し回数noを更新し、 $mcs(no)$ と $mcp(no)$ の比較判定を行う。

(1) 両者が等しければMCCを生成記憶して新たな探索に移り、等しくなければ(2)に移る(定理1)。

(2) $mcs(no)$ にはあるが $mcp(no)$ にはない文字があるか否か判定し、もしあれば元へ戻り、新探索に入り、もしなければ(3)に移る(定理2)。

(3) $mcs(no)$ にはないが $mcp(no)$ にはある文字で $mcs(no)$ の右端文字よりも上位のものがあるか否か判定し、もしなければ元へ戻って新探索に入り、もしあればさらに高次行線積 $mcp(no+1)$ を成長させる。

【ステップ5】noの値を判定し、ステップ2またはステップ3のどちらかへ移る。

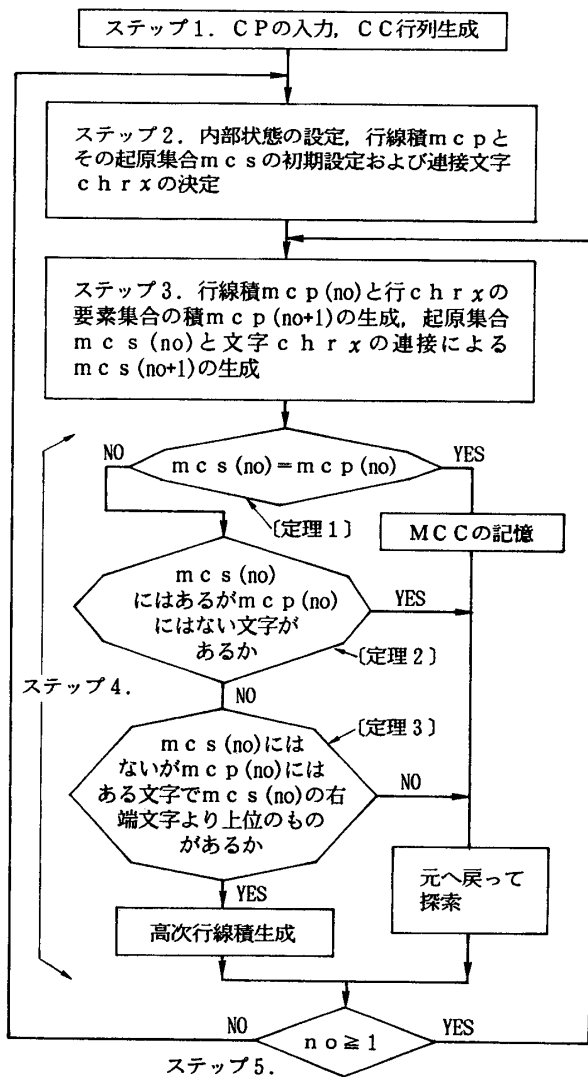


図5 フローチャート

4. MCC生成プログラムの演算時間の比較

本報告の縮小探索行列法と内部状態の組合せ全部を探索する全探索行列法の各種の場合(すなわち文字列法, 文字列全演算法, 文字列部分演算の3つ)についてBASIC言語プログラムを作成し, PC9801VX2上で実行した演算時間を表1に示す。なおこの表では従来知られているICP依存の各手法の中で2分木高速生成法^[2]についても比較している。比較に用いた問題は古くから知られている7つの不完全指定順序回路^[3]にたいするMCCの生成問題である。この結果, CP依存法はICP依存法の演算時間よりも短くなり得ることが確認されたが, CPの個数が多いときは演算時間が大なることも判明した。またCP依存法では, 本手法(縮小探索行列法)の演算時間が全探索行列法より著しく改善されるとは言えないことも判明した。そこで内部状態数が7以上で, CPの発生濃度が50%の場合についてこれら3つの手法の演算時間を比較した。この結果を図2に示す。この結果より, 内部状態数10以上では, 本手法は文字列部分演算(SPO)法よりも1/2に, また文字列全演算法(STO)法の1/4に演算時間を短くできることが判明した。このように表1ではこれら3つの手法の間に著しい差異がなかったのに図2のような著しい差異が発生したのは縮小探索行列法の探索範囲の縮小効果が後者の方で著しかったものと想像される。ここで図3は内部状態4個のCC行列の一例で, 図4は図3上に記入されたCPからMCCを本手法によって生成するときの内部状態の組合せ探索経路を太線で示している。この図3は縮小探索行列法で探索する範囲は全探索行列法で探索する範囲よりも少ないことを意味している。しかも内部状態数が増えCPの数も増えて, MCCが生成される機会が増える程, 縮小探索行列法が必要とする探索範囲と全探索行列法のそれとの比は増大すると考えられる。

5. おわりに

以上の説明より, (1) CP依存法によるMCC生成の所要時間はCP依存法のそれに十分匹敵し得るものである, (2) CP依存法の演算時間はそのCPの個数に比例する, (3) 内部状態数とCPの数が多いときは縮小探索行列法は全探索行列法に比し, 演算時間が1/2以上に短縮されることが判明した。

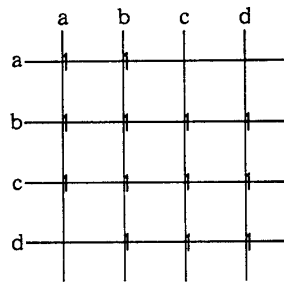


図3 CC行列野一例

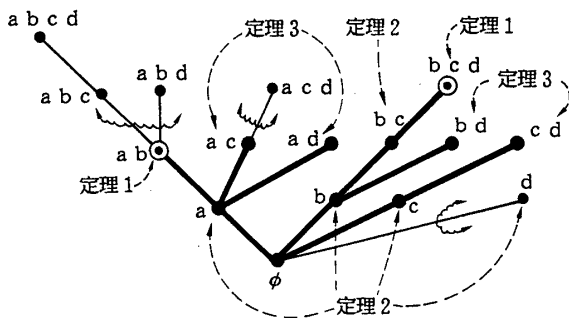


図4 図3にたいする全探索と縮小探索

なお, 今後, 図2と同様な測定をさらに高濃度および低濃度について確認する必要がある。他の種類の計算機および他の言語による検討も必要である。また, CPの濃度によるICP依存法とCP依存法の切替え適用などの問題の検討が残されている。

表1 MCC生成手法と演算時間(単位秒)

ICP依存法	アルゴリズム名称	問題番号						
		1	2	3	4	5	6	7
ICP依存法	内部状態数	8	6	6	6	8	6	9
	ICP数	14	12	6	5	10	6	8
	CP数	14	9	9	10	15	9	28
2分木高速生成法		3	2	1	1	3	1	4
CP依存法	本手法	2	1	1	1	3	1	11
	文字列法(S法)	2	1	1	1	3	1	11
	文字列全演算(STO)法	3	1	1	1	5	1	15
全探索行列法	文字列部分演算(SPO)法	2	1	1	1	4	1	11

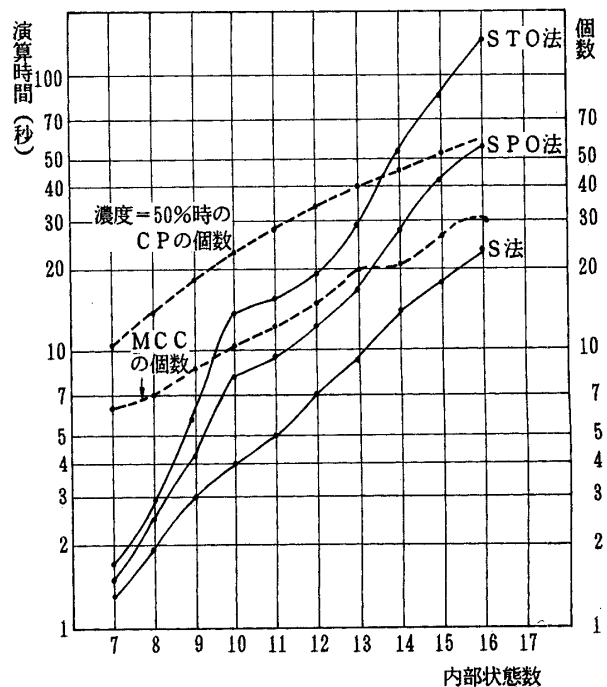


図2 MCC生成演算時間

[参考文献]

[1] Stoffers, K.E.: Sequential algorithm for the determination of maximum compatibles. IEEE Trans. Comput., Vol. C-23, pp. 95-98 (1974).
 [2] Das, S.R.: On a new approach for finding all the modified cut-sets in an incompatibility graph. IEEE Trans. Comput., Vol. C-22, pp. 187-193 (1973).
 [3] 後藤: 主閉包集合の上限値設定による不完全指定順序回路の複数最小解の生成法. 情報処理学会論文誌, Vol. 29, No. 9, pp. 873-887 (1988).