自由曲面上の直交特徴曲線群を用いるハイライト表示および濃淡付けの手法

1P－3

○権田　秀夫　東京電機大学工学部
久志本琢也　スタンレー電気（株）技術研究所
穂坂　衛　東京電機大学工学部

1．まえがき

曲面上の特徴や輝度の分布を表現するのにカラー分布を用いると，全体の性質を把握して特徴がつかめ，また理解の手助けとなる．このようにある面を濃度や色彩を２次元的に漸変させて表示する要求はしばしば生ずる．その際，通常は色彩や濃度分布を近似の双一次面で置き換え内挿するか，輝度などでは法線ベクトル分布双一次関数で置き換え，内挿を行なう．しかし面の特性を正確に表現しなければならない場合には，このような方法では粗すぎて目的を達することはできない．

我々は，自由曲面上の各種の特徴線（等高線，曲率線，等勾配線，ハイライト線など）を求めたとき，それに直交する曲線群を同時に求め，そのような直交曲線群で特性を理解しようとした．[1] またそれを利用して，拡散反射する面のカラーシェーディングを行った．[2]

今回はそれを一般化して，鏡面反射を含む場合のカラーシェディングや，その方法を使った，輝度とは関係なく面上に分布するスカラー量表示への応用を試みた．それと，面上の曲線を追跡するのに，微分方程式の数値解法を利用したので，今回はそれらの特徴についての二点を報告する．

2．特徴線とそれに直交する線の方程式の一般式

曲面の方程式を $\mathbf{S}(u,v)$，面上の曲線群の方程式を $\phi(u,v)=\mathrm{const.}$ とすると，これを満足するu,vの組から曲面上の曲線が定まる．const.を変えることで曲線群が得られる．この方程式を解析的に解くか，数値的に次々に解くことが容易にできるなら，曲線を追跡し表示することはできる．一般にはそれは困難なので離散した点を求めて曲線で内挿するという手段に頼る．我々は微分方程式の形にする．

$$d\phi = \phi_u du + \phi_v dv = 0 \qquad (1)$$

これから，$du/dv=-\phi_v/\phi_u$．　または，曲線の線素dsを導入して，$ds^2 = Edu^2 + Fdudv + Gdv^2$ の関係を用いると上の方程式は

$$du/ds = -\phi(u,v)\phi_v, \quad dv/ds = \phi(u,v)\phi_u \qquad (2)$$

となる．ここでE,F,Gは曲面の一次規格量で，$\phi(u,v)$は次式で表せる．

$$\phi(u,v) = \pm 1/\sqrt{\{\phi_v^2E - 2\phi_v\phi_uF + \phi_u^2G\}} \qquad (3)$$

(1)式に直交する曲線群の方程式は

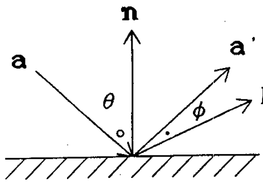
$$(\phi_vE-\phi_uF)du + (\phi_vF-\phi_uG)dv = 0 \qquad (4)$$

である．(1)および(4)式から接線ベクトルの方向($\mathbf{S}_u du+\mathbf{S}_v dv$)を求め，その内積を作れば0となり，２つの曲線群は直交していることがわかる．

3．ハイライト線の方程式

ハイライト線は，曲面上で鏡面反射された光線と視線とがなす角度が一定の点の軌跡で定義される．

a，**a'** そして**b**をそれぞれ曲面上での入射光，反射光，視線ベクトル　の単位ベクトルとするとハイライト線の方程式は次式で与えられる．（図1参照）



n　：　面の法線ベクトル
a　：　入射光ベクトル
a'：　反射光ベクトル
b　：　視線ベクトル

図1　面上の光線・視線ベクトル

$$\mathbf{a'}\cdot\mathbf{b} = \cos\phi = \mathrm{const.} \qquad (5)$$

ここで**a'**を**a**と**n**で表すことにする．**a**と**a'**の成分は，法線要素は大きさが等しく向きは反対方向で$(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}$と$-(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}$である．接線要素は等しく，$\mathbf{a}-(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}$．そこで**a'**は$\mathbf{a'} = \mathbf{a} - 2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}$と表すことができ，式（5）は

$$-2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{b}\cdot\mathbf{n}) + (\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}) = \mathrm{const.} \qquad (6)$$

と書ける．

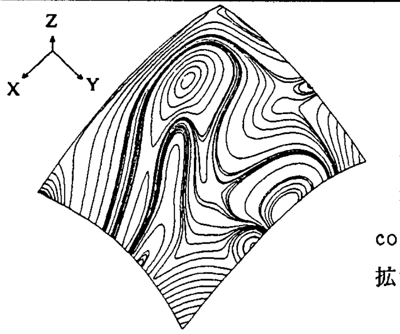
もし**a**，**b**が定数ベクトルなら微分方程式は簡単になり，

$$d(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{b}\cdot\mathbf{n}) = 0. \qquad (7)$$

図2 に曲面上にハイライト線を表示した例を示す．

A Method of Shading for Free-form Surfaces Using Orthogonal Characteristic Curves.

Hideo GONDA*, Takuya KUSHIMOTO** and Mamoru HOSAKA*
*Tokyo Denki University, **Stanley Electric CO., LTD.



光線 (0,0,1)
視線 (1,1,1)
$\cos^n\phi$ の n = 30
拡散と反射の比 1:1

図2　ハイライト線

4．鏡面反射する曲面のシェーディング

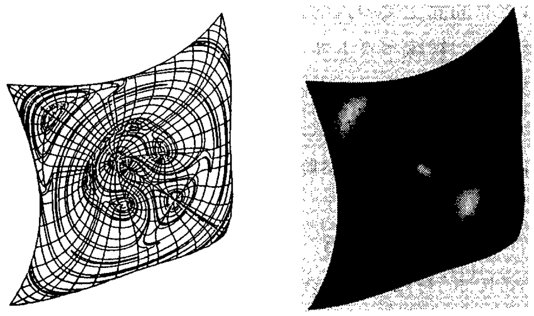
通常面の明るさBpは，環境光による一定の明るさB_0，入射光Iによる拡散反射光，鏡面反射光 から定義される．

$$B_p = B_0 + I\{B_d\cos\theta + B_s(\theta)\cos^n\phi\} \tag{8}$$

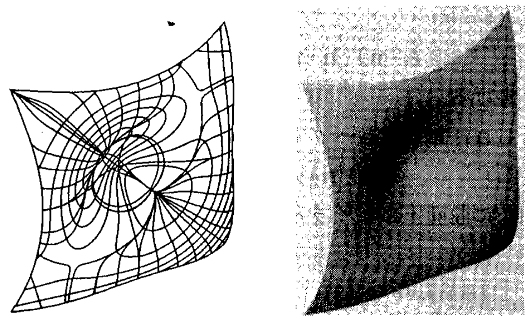
ここで，Bd,Bs(θ),n は曲面の材質に依存する要素である．我々は Bs(θ)を定数として，(8)式から一般の場合の等輝度線の微分方程式を作った．

$$\lambda d(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n}) + n\mu\{-2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{b}\cdot\mathbf{n}) + (\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})\}^{n-1} \cdot d(\mathbf{a}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{b}\cdot\mathbf{n}) = 0 \tag{9}$$

λとμは拡散反射と鏡面反射の強さの割合を決める相対量である．鏡面反射を含んだ等輝度線とシェーディングの例と拡散反射のみのときのそれを図3，図4に示す．また，図3の例に環境光を加え入れた例を図5に示す．シェーディングは曲線群メッシュ内の線形補間による．[2]



(a) 等輝度線・等輝度直交線群　(b) シェーディング
図3　鏡面反射を含んだ等輝度線群とシェーディング



(a) 等輝度線・等輝度直交線群　(b) シェーディング
図4　拡散反射のみの等輝度線群とシェーディング

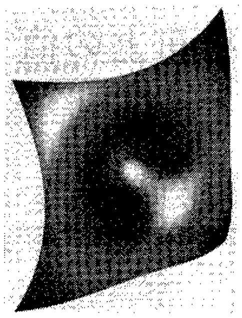
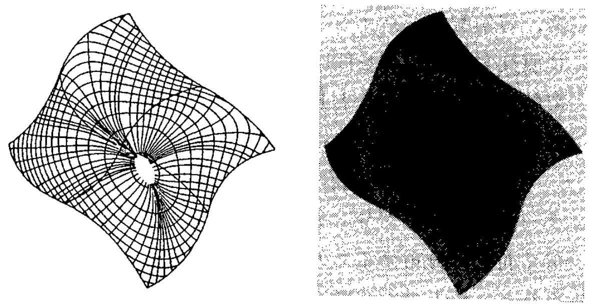


図5　環境光を加え入れた例

5．特徴線内の塗り潰しによるスカラー量分布の表示

曲面固有の性質を表す特徴線を示してきたが，等輝度線以外の線の表示において，線だけでは何とも特徴が理解しづらいような場合がある．そこで等輝度線以外のものにも，スカラー量の分布が示せるように曲線群メッシュ内の塗りつぶしを行なった．特徴の容易な理解の手助けが目的である．図6 は曲面の等高線と等高直交線のメッシュ内を地図の様に塗り潰した例である．曲線群だけのものよりも理解しやすいことは明らかである．



(a) 等高線と等高直交線群　　(b) 塗り潰し例
図6　特徴線内の塗り潰しによるスカラー量分布表示

6．微分方程式を用いる曲線追跡

今回自由曲面の特徴線を求めるにあたり，数値的に微分方程式を解く数種の方法を試みた．　通常はRunge-Kutta法を(2)式の形に適用する方がdu/dv，dv/duの形式で進むより途中での判断を少なくできるので楽である．しかし (9)式のような複雑で曲線の曲率が大きくなる可能性のある場合は、誤差評価に従って刻みを可変にするRunge-Kutta-Fehlbergの方法がよい結果を与える．これらについては別に報告する．

◆参考文献

［1］　穂坂　他　:「自由曲面の特徴および評価に関係する諸量および表示」　情報処理学会グラフィクスとＣＡＤシンポジウム論文集，pp.45-53,1989
［2］　穂坂　他　:「自由曲面の等傾斜線とその応用－１，２」　情報処理学会第３９回全国大会講演論文集(Ⅱ)，pp.930-933,1989