

## 非単調知識処理システム BMS の論理的考察

5C-8

森馬 純一 馬場口 登 手塚 慶一

大阪大学 工学部

## 1. まえがき

これからの知識処理システムには、完全な知識だけでなく、デフォルトや例外を含む知識など不完全な知識も扱え、従来のシステムよりも柔軟な推論能力を持つことが期待されている。著者らは、これまでにこのようなシステムの1つであるBMS (Belief Management System)を提案してきた<sup>[1-3]</sup>。BMSは、様相記号が現れないような簡略化した自己認識論理式を受理し、これらから妥当な推論結果を導くシステムである。

本稿では、そのような表現形式を持つ変形自己認識論理MAL (Modified Autoepistemic Logic)を形式論・意味論的に定義する。またBMSの概略を述べ、両者の関係について考察する。

## 2. 変形自己認識論理

自己認識論理 (Autoepistemic Logic)<sup>[4]</sup>は、非単調論理の1つとして知られており、通常論理 (命題・一階述語論理) に信念オペレータLを導入することによって、信念に基づく推論を定式化する論理である。自己認識論理は可能世界による明解な意味論が定義されているなど非単調推論を実現するのに有力であると考えられる。

ところで、例えば「aならば普通bである」というデフォルト型知識は、自己認識論理では $L a \wedge \neg L \neg b \rightarrow b$ と表現されるが、様相記号Lが各所に現われるため式の直感的な意味がわかりにくいという難点がある。そこで本研究では、このような式を $a \Rightarrow b$ と表現することにより、表現形式にLを用いない論理体系MALを構成する。

まず最初にMALの文法、および理論を定義する。

【定義1】 (通常式, デフォルト式, MAL式)

- (1) 基本論理式 (命題定数) は通常式である。
- (2) pが通常式ならば、 $\neg p$ も通常式である。
- (3) p, qが通常式ならば、 $p \rightarrow q$ ,  $p \wedge q$ ,  $p \vee q$ も通常式である。
- (4) p, qが通常式ならば、 $p \Rightarrow q$ はデフォルト式である。
- (5) 通常式とデフォルト式を総称してMAL式と呼ぶ。

【定義2】 (MAL理論)

MAL理論とはエージェントの信念全体を表す通常式集合である。

次に、MAL式で与えられる前提に対する妥当な推論結果に相当する拡張世界 (extension) を定義する。

【定義3】 (拡張世界)

前提として通常式集合 $\Delta O$ 及びデフォルト式集合 $\Delta D$ が与えられているものとする。このとき、MAL理論Tが以下の条件を満たすとき、またそのときに限りTを $\Delta = \Delta O \cup \Delta D$ の拡張世界 (extension) であるという。

- (a)  $T = \text{Th}[T]$

- (b)  $T \supseteq \Delta O$

- (c) 全ての $p \Rightarrow q \in \Delta D$ について、 $p \in T$ かつ $\neg q \notin T$ ならば $q \in T$ である。

- (d)  $T \subseteq \text{Th}[\Delta O \cup$

$\{q \mid p \Rightarrow q \in \Delta D, p \in T, \neg q \notin T\}]$

但し、 $\text{Th}[S]$ は通常式集合Sの論理的帰結集合である。

上の(a)(c)は自己認識論理における安定性に、(d)は依存性にそれぞれ対応する条件である。

## 【定理1】

前提として通常式集合 $\Delta O$ 及びデフォルト式集合 $\Delta D$ が与えられているとき、以下の(1)と(2)は同値である。

- (1) MAL理論Tは $\Delta = \Delta O \cup \Delta D$ の拡張世界である。
- (2)  $T = \text{Th}[\Delta O \cup \{q \mid p \Rightarrow q \in \Delta D, p \in T, \neg q \notin T\}]$

また、拡張世界の存在に関する次の重要な定理が導かれる。

## 【定理2】

$\Delta O$ を無矛盾な通常式集合、 $\Delta D$ を任意の有限のデフォルト式集合とする。このとき $\Delta O \cup \Delta D$ は少なくとも1つの拡張世界を持つ。

続いてMALの意味論を定義する。以下の定義は自己認識論理の可能世界意味論に準ずるものである。自己認識論理と同様に、MAL理論Tは完全S5構造Kのどの世界でも真となる式集合と定義できる。但し、Tは通常式集合であるため、KはTの全モデル集合に等しいことに注意する。

## 【定義4】 (可能世界解釈)

MAL式の可能世界解釈は次の条件を満たす完全S5構造Kと命題真理値割当Vの順序対 $\langle K, V \rangle$ によって与えられる。

- (1) 通常式pはVでpが真であるとき、またそのときに限り真である。
- (2) デフォルト式 $p \Rightarrow q$ は、pがKの全世界で真で、Kにqが真となる世界が少なくとも1つ存在し、かつqがVで偽であるときのみ偽である。

## 【定義5】 (可能世界モデル)

MAL式集合Sの全式を真とする可能世界解釈をSの可能世界モデルと呼ぶ。

ここで最も興味深いのは、可能世界意味論で拡張世界がどのように定義できるかという点である。このことを特徴付けるのが以下の定理である。

## 【定理3】

前提 $\Delta = \Delta O \cup \Delta D$ に対して可能世界集合Kが以下の条件を満たすとき、またそのときに限り、Kは $\Delta$ の拡張世界を表す完全S5構造である。

- (1)  $\Delta$ のどの可能世界モデル $\langle K, V \rangle$ についてもVがKに含まれる。
- (2) Kの全ての世界wについて、 $\langle K, w \rangle$ は $\Delta$ の可能世界モデルとなる。

### 3. BMSの概略

BMSはその知識表現にMAL式を採用することにより、完全な知識だけでなくデフォルト的な知識を用いての推論をも可能とした知識処理システムである。

BMSは図1に示す通り、論理式ベース、信念ベース、可能世界ベースの3つの部分より成っている。論理式ベースは前提として与えられた式を持つ部分で通常式ベースOFB、デフォルト式ベースDFBに分けられている。信念ベースBBは、システムの信念を記述する部分であり、各デフォルト式の前件、後件の否定、及びそれらへのラベル(valid, believed, not believedのいずれか)から成る。可能世界ベースWBは前提に対する推論結果を与える部分であり、 $\Delta O$ の各式を充足する可能世界(命題真理値の割当)の集合から成っており、各世界にはinまたはoutとラベル付けがなされている。各世界へのラベルは、次のBMS解釈によって決定される。

#### [定義6] (BMS解釈)

wをWBの1つの可能世界、p, qを通常式とするとき、以下の条件を満たすMAL式への解釈をwにおけるBMS解釈と呼び、 $I(w)$ で表す。但しlab(p)はBBでのpのラベルを表すものとする。

- (1) wでpが真であるとき、またそのときに限りpが真。
- (2) lab(p) = "valid" または "believed", lab( $\neg q$ ) = "not believed", かつwでpが偽であるとき、またそのときに限りwで $p \Rightarrow q$ が偽。
- (3) lab( $\neg q$ ) = "not believed", かつwでqが偽であるとき、またそのときに限りwで $w \Rightarrow q$ が偽。

#### [定義7] (世界へのラベル付け)

$I(w)$ で $\Delta D$ の全ての式が真となると、wにラベル"in"を与え、そうでない場合、wにラベル"out"を与える。ここで、"in"とラベル付けされているWBの世界集合(以下Winと記す)で真となる式の集合が、システムの持つ信念全体と見なされる。なお、それが妥当なものであるためには知識ベースが以下の条件を満たしている必要がある。

#### [定義8] (知識ベースの無矛盾性)

全ての $p \in BB$ について以下の条件を満たすとき、知識ベースが無矛盾であるという。

- (1)  $Win \neq \emptyset$ .
- (2) lab(p) = "valid" または "believed" ならばWinの全ての世界でpが真。
- (3) lab(p) = "not believed" ならば、Winの少なくとも1つの世界でpが偽。

なお、BMSは新しい知識が加えられたときに知識ベースが無矛盾であるよう信念を更新する能力を持つ。

BMSのもう一つの機能として、命題で質問を与えることによりシステムの持つ信念を参照できるという点が挙げられる。その仕組みは以下に示す通りである。

OFB	$a \rightarrow \neg c$	論理式ベース
DFB	$a \Rightarrow b$ $b \Rightarrow c$	
BB	a : valid $\neg b$ : not believed b : believed c : not believed	信念ベース
WB	a b c   label 1 1 0   in 1 0 0   out	可能世界ベース

図1 BMSの状態の例

#### [定義9] (質問に対する応答)

BMSはその状態に応じ、通常式で与えられる質問pに対して以下の応答を行う。

- (a) Wの全ての世界でpが真ならばtrue.
- (b) Wの全ての世界でpが偽ならばfalse.
- (c) (a)の条件を満たさず、Winの全ての世界でpが真ならばperhaps true.
- (d) (b)の条件を満たさず、Winの全ての世界でpが偽ならばperhaps false.
- (e) 以上のどれでもない場合、unknown.

### 4. MALとBMSとの関係

ここではBMSの各特徴がMALで説明できることを示す。以下の3定理は両者の関係を与えるものである。

#### [定理4]

$w \in WB$ , WinをWのin世界集合とする。知識ベースが無矛盾ならば、BMS解釈 $I(w)$ は可能世界解釈 $\langle Win, w \rangle$ に等しい。

#### [定理5]

知識ベースが無矛盾ならば、Winは $\Delta$ の拡張世界を表す完全S5構造である。

定理5は、BMSが無矛盾な状態にすることと、前提に対する1つの拡張世界を求めることに等価であることを示している。

#### [定理6]

以下に示す、質問pに対するBMSの応答はそれぞれ右の条件に対応する。但し $Ex[\Delta]$ を $\Delta$ の1つの拡張世界とする。

- (a) true :  $p \in Th[\Delta O]$
- (b) false :  $\neg p \in Th[\Delta O]$
- (c) perhaps true :  $p \notin Th[\Delta O]$  かつ  $p \in Ex[\Delta]$
- (d) perhaps false :  $\neg p \notin Th[\Delta O]$  かつ  $\neg p \in Ex[\Delta]$
- (e) unknown :  $p, \neg p \notin Ex[\Delta]$

これより、質問pに対してtrueあるいはfalseと返答するのは、完全な知識のみからpあるいは $\neg p$ が導かれる場合に相当し、perhaps...と返答するのは、pあるいは $\neg p$ が不完全な知識も用いて導かれる場合に相当するといえる。

### 5. まとめ

本稿では、体系MALを構成し、BMSとの関係について述べた。MALは、デフォルト型知識を簡明に記述でき、いかなる前提に対してもその通常式が矛盾しない限り拡張世界が存在するという利点を持っている。またBMSの状態が無矛盾であるならばシステムの信念はMALの拡張世界に等価であることを示した。

#### 【参考文献】

- [1] 森馬, 馬場口, 手塚: "非単調知識ベースの更新と無矛盾性維持について", 信学春季全大D-210 (1989).
- [2] 森馬, 馬場口, 手塚: "信念に基づく非単調知識処理システムBMS", 情処第39回全大5C-4 (1989).
- [3] 森馬, 馬場口, 手塚: "非単調知識処理システムBMSとその応用", 情処研究会資料A168-1 (1990).
- [4] R. C. Moore: "Possible-World Semantics for Autoepistemic Logic", AAAI Non-Monotonic Reasoning Workshop, pp. 344-354 (1984).