3C－5

自己組織化アルゴリズムのTSPへの応用

文 泰三[1] 茨城大学
松野 強[2] 日立プロセスコンピュータエンジニアリング(株)
松山 泰男[1] 茨城大学

1 はじめに

競争学習をする素子を多数個用いたネットワークに適切な位相を与えると、自己組織化を行うニューラルネットとして利用できる. Kohonen はこれを特徴マップ(feature map)とよび、いくつかの興味ある応用を与えている[3]. また、競争学習の一般化は、[5]に与えられている.

自己組織化は、従来、パターンマッチングのための標準パターン集合の作成に用いられていたが、本稿では、この自己組織化の過程を利用して組み合わせ最適化問題を解いてみる. これは、Hopfield net とは異なり、コストの最適化をネットワーク自体が行うものである. 本稿では、特に巡回セールスマン問題(以下TSPと略記する)を取り上げる. この問題については、Durbin らが elastic net method による解法を示しており[1]、これに触発されて、Ritter らは自己組織化アルゴリズムを用いた解法を実現している[2]. 本稿では、上記2つのアルゴリズムをふまえて、ニューロン間の相互結合(elasticity : 弾性)を利用し、よりシンプルで性能のよいアルゴリズムを示している. その特徴として以下の2点を挙げることができる.

1. 自己組織過程における位相の定義と近傍ニューロンの更新方法の工夫
2. 経路最小化に関するエネルギー関数の導入

なお、本稿で示すアルゴリズムにより、真の解と思われる解、または良好な準最適最短経路が得られている. 以下、アルゴリズムの検討、インプリメントおよび、シミュレーテッドアニーリング法[4](以下SAと略記する)との性能比較を示す.

2 アルゴリズムの検討

まず、都市の存在する2次元平面上に、ニューロンを閉曲線状に配置する(図1). そして、あるエネルギー関数のもとに各ニューロンの重み、つまり位置ベクトル(2次元平面上の座標)を更新する. 以下これを繰り返し最終的に各ニューロンを都市の位置に近ずけることによって良好な準最適巡回経路を求める. このアルゴリズムの根底には2つのエネルギー関数(あるいはコスト関数)が存在する. ひとつは各ニューロンと都市の間の距離によるもので、もうひとつはニューロンによって示される閉曲線の長さ(つまり巡回経路長)に依存する量である. 当然のことながら、最終的な準最適巡回経路の下では、閉曲線長が最少で、各ニューロンの位置ベクトルは、都市の位置ベクトルを含んでいなければならない. なお、Durbin らが示している elastic net method の考え方もまた同じであり、全ニューロンの作る閉曲線を弾性体(輪ゴム)とみなしている. 本アルゴリズム検討の目的は自己組織化アルゴリズムを用いて elasticity(弾性)をいかにシミュレートするかにある.

2.1 近傍ニューロンの更新方法

自己組織化アルゴリズムにおける近傍ニューロンの選択の方法は様々に考えられる. 例えば、閉曲線上の距離(ユークリッド2乗距離)により近傍を選ぶ方法などである. しかし、この方法では多数のニューロンが1つの都市に集中したり、逆にある都市に1つもニューロンが近ずかないような欠点がある. そこで本稿では、近傍ニューロンの選択に Lee 距離を採用してみる. 基本的にニューロンの重みの更新は従来の Kohonen のアルゴリズムに従っているが、結局、Lee 距離を用いることで elasticity をも近似していることが分かる.

2.2 経路最小化のためのエネルギー関数の導入

経路を最小化するためには、各ニューロンによって結ばれる閉曲線の長さを小さくしなければならない. 本稿では、Durbin らによって示された elastic net method におけるエネルギー関数の一部をニューロンの更新時に考慮することによって経路を最少化しようとしている. 閉曲線を elastic(弾性体)に例えれば、閉曲線が縮む力を持ちながらニューロンを都市の位置まで動かしてやるということと解釈できる.

3 アルゴリズム

N 都市の TSP を解くために M 個のニューロン($M \simeq 3N \sim 4N$)のを用意し、2次元平面上に閉曲線として配置する. すなわち、ニューロン数は都市数に対して線形オーダーである. そして、N 都市の2次元位置ベクトルをランダムにニューラルネットのトレーニングデータとして繰り返し与える. これにより M 個のニューロンの重みつまり位置ベクトルが更新され、最終的に都市の位置に近づくことによって、良好な準最適巡回経路を求める事ができる.

繰り返されるトレーニングのワンステップ(インデクス t)での操作を以下のようにする.

1. ランダムに入力された1都市と各ニューロンの位相的距離(この例ではユークリッド2乗距離)が最小となるようなニューロンを求め、これを最優位ニューロン(winner)S_tとする. つまり $\| I_t - W_{S_t} \| = \min_{0 \le i < M} \| I_t - W_i \|$ となるような S_tを求める.I_tはステップ t でニューラルネットに入力された都市の位置ベクトルである.

2. 各ニューロンに対して重み(W_i)の更新を以下のように行う.

$$W_i^{(new)} = W_i^{(old)} + G_t \cdot f(D_i, N_t)(I_t - W_i^{(old)})$$
$$+E_t \cdot (W_{i-1}^{(old)} - 2W_i^{(old)} + W_{i+1}^{(old)})$$

A method for TSP using a self-organizinig algorithm

[1]Taesam Moon , Yasuo Matsuyama Dept. of Computer and Information Sciences, Ibaraki University
〒316 日立市中成沢町 4-12-1 TEL (0294)35-6101
[2]Atsushi Matsuno Hitachi Process Computer Engineering , Ltd.
〒319-12 日立市大みか町 5-2-1 TEL (0294) 53-5111

ここで、G_tはニューロンの学習率を示し、トレーニングの回数 (t) の増加と共に徐々に増加させる. また、E_tは相互結合 (elasticity) 強度を示し、トレーニングの回数 (t) の増加と共に徐々に減少させる. 各ニューロンの重みが更新されるか否かは関数

$$\begin{cases} f(D_i, N_t) = 1 & \text{if} \quad D_i \le N_t \\ f(D_i, N_t) = 0 & \text{if} \quad D_i > N_t \end{cases}$$

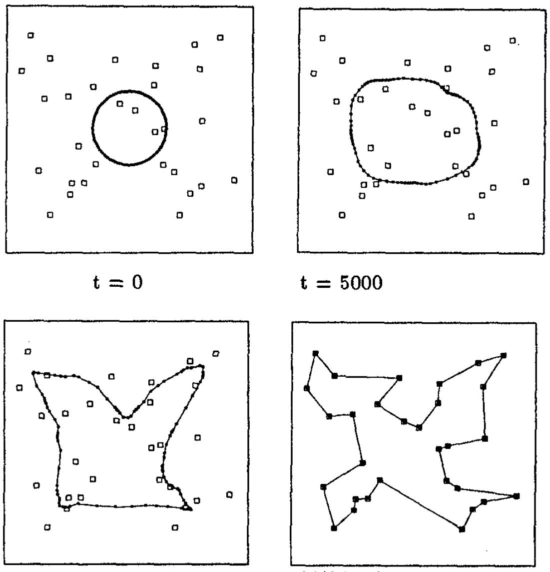
で判定される. ここでD_iは勝者S_tからニューロンiまでの距離を表し、N_tは近傍の大きさである. 近傍の大きさはトレーニング数 (t) の増加と共に少しずつ減少し、最終的に 0 になる.

本実験ではニューロンの数、つまり勝者S_tとニューロンiとの間の Lee 距離 (mod M/2) で判定を行っている. この方法によりたくさんのニューロンが 1 つの都市に集中しやすくなるという従来の欠点が改善されている (図 1).

4 インプリメント

下記のように設定し、学習を行った結果の例を図 1 に示す.

ニューロン数	M = 100
都市数	N = 30
学習回数	$tmax = 30000$
学習率	$G_0 = 0.01$, $G_k = G_{k-1} + 0.000002$
相互結合強度	$E_0 = 0.1$, $E_k = E_{k-1} - 0.0003$
近傍サイズ	$N_0 = 20$, $N_k = N_{k-1} - 1$
	$k = \lfloor t/K \rfloor$, $K = 100$



t = 0　　t = 5000　　t = 20000　　最終結果 (t = 30000)

図 1:TSP の良好な準最適解 (30 都市)

5 性能評価

図 2 に SA と本アルゴリズムの性能比較を示す. 500 の都市セットに対して実行したものであり、グラフは以下で示す値 (rate) の度数分布を表している.

$$\begin{cases} (Elas - Sa)/Sa & \text{if} \quad Sa > Elas \\ (Elas - Sa)/Elas & \text{if} \quad Sa < Elas \\ 0 & \text{if} \quad Sa = Elas \end{cases}$$

Sa : SAによる経路長　$Elas$: 本アルゴリズムによる経路長

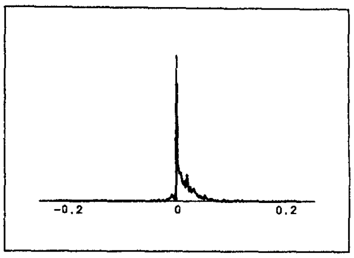
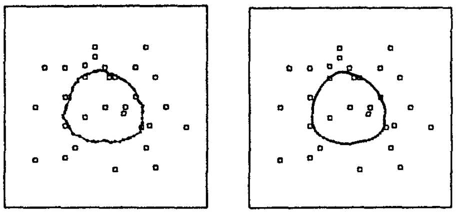


図 2:SA との性能比較

次に、elasticity がある場合とない場合の比較を次に示す. ニューロンが elastic (弾性体) のように動いていることがわかる.



elasticity なし　　elasticity あり

図 3:elasticity の比較

6 おわりに

本稿では、競争学習するニューロンの自己組織化アルゴリズムを用いて TSP を解く新しい手法を提案した. この手法においては、ニューロン間の興奮性および抑制性結合が利用されている. その結果、本手法が良好な準最適解を示すことが分かった. アルゴリズムにおける近傍の狭め方を細かく調節することによって、より短いステップ数で解を出すことができると考えられる. また、より良い解を出すために、エネルギー関数を改良することも有意義であろう. 本稿で示したアルゴリズムは、自己組織化ニューラルネットアルゴリズムの組み合わせ問題への展望を興味深いものにしている. 今回は 2 次元平面での解法を示したが、高次元への応用も可能である. 自己組織化アルゴリズムにおける各ニューロンに対する計算 (例えば Distance や重みの更新) などは並列に処理できるので、並列化を図ることによっていっそうの高速化が望める.

参考文献

[1] Richard Durbin and David Willshaw: An Analogue Approach to the Travalling Salesman Problem using an Elastic Net Method, Nature Vol.326, 16 April.(1987)

[2] Helge Ritter and Klaus Schulten: Kohonen's Self-Oranizing Maps:Exploring their Computational Capabilities,IEEE International Conference on Neural Networks, pp. I_109-I_116.(1986)

[3] T. Kohonen: Self-Organization and Associative Memory, Springer-Verlag, Berlin.(1984)

[4] William H. Pres, Brian P. Flanney, Saul A. Tevlcolsky, William T. Vetterling: Numerical Recipes in C, Cambridge Univ. Press

[5] 松山泰男, 競争学習によるニューラルネット自己組織化アルゴリズム, 本大会.(1990)