並列回路網の全域通信除去の可能性について

5K－7

宮島 広美　　長澤 庸二

鹿児島大学　工学部

１．はじめに

ＶＬＳＩ技術の進歩は，高度並列処理システムの能力アップや処理スピードの向上のための多くの問題を提起している。これらの中で，全域通信除去と呼ばれる問題について，多くの議論が行われている。[1,2]これは各要素（セル）が同一で有限な結合を持つ並列システムにおいて，中心セルと呼ばれる一つのセルから全域通信（すべてのセルに１ステップで同じ信号を送る）を許すシステムを，これを持たないシステムで実時間で模倣できるかどうかという問題である。これまでのところ個々のモデルについて結果が得られているが，任意のモデル（グラフ）が全域通信除去可能であるかどうかについては，議論されていない。

本稿では，１次元における多くの場合と，２次元における２，３の性質が得られたのでここに報告する。

２．基本事項

１次元，２次元の基本モデルを導入し，基本的な概念について述べる。図１は，１次元２近傍の１方向と３近傍の２方向モデル，図２は２次元のモデルを示している。これらのシステムは，外部から入力系列を与えて，以下のように遷移することにより外部に中心セルを通して出力系列を与えるモデルである。初めすべてのセルは静止状態にある。各セルは近傍と呼ばれる隣接するセルの入力と状態を見て，自分自身の次の状態を決める。この場合各セルは同期したシステムとして遷移する。

このモデルに離れたセル間を一度に信号のやり取りを許す全域通信を考える。これにはさまざまなモデルが考えられるが，ここでは図１，図２の中心セル（斜線セル）からの全域通信（ＤＣＣ）を許すモデル，またこれを一般化した０ delay line（ＧＣ）を許すモデル[2]についての結果を示す。（図３参照）

多くのモデルにおいて全域通信を付加したモデルを，これを除去したモデルによって線形時間で模倣できることが知られている。[3]　しかしながらこれが実時間

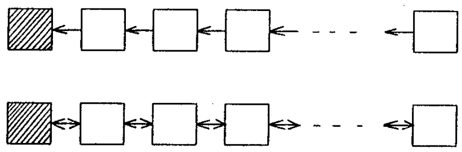

図１．１次元１方向（１近傍）と２方向（２近傍）モデル

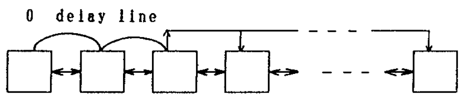

図３．全域通信を持つ２方向モデル

で行えるかどうかは，大変興味ある問題である。本稿では近傍と全域通信除去の可能性との関係について結果を与えている。　以下全域通信について特に断わらない場合はＧＣを仮定する。

３．全域通信を持つ１次元並列システム

１次元の場合，２近傍の１方向モデルと２方向のｋ（＞２）近傍モデルでは違いが生じる。

３．１　ｋ近傍の２方向モデルについて

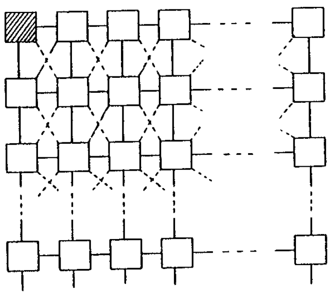

図２．２次元のノイマン近傍（実線のみ）とムーア近傍（破線も含む）を持つ並列システム

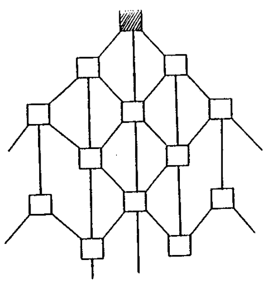

図４．三角形配列

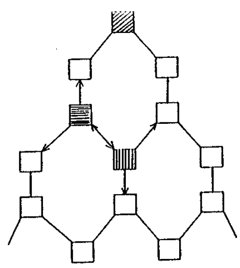

図５．六角形配列

全域通信を許すｋ個の近傍（－（ｋ－ｔ），－－－，０，－－－，（ｔ－１））を持つ並列システムを M^t_kと　する。但し，ｋ＞ｔ＞１とする。

［定理１］　並列システムM^t_kは，全域通信を持たない並列システムにより，実時間で模倣できる。

［系２］[1,2]　並列システムM^2_3は，全域通信を持たない並列システムにより実時間で模倣できる。

Broadcast elimination for parallel computation

Hiromi MIYAJIMA, Yoji NAGASAWA

Kagoshima University

定理１は全体のシステムが近傍を通して連結となるモデル（例えば，近傍（−２，０，１））についても成立する。
更に，近傍によりシステムが非連結となるモデル（例えば，近傍（−２，０，２））についても，それぞれの成分を独立に考えることにより同じ結果を得る。

３．２　２近傍のモデルについて

全域通信（ＤＣＣ）を許し，近傍（０，１）を持つシステムをM_1とする。また，$L_{f(n)} = \{a^{f(n)} \mid n, f(n)$は正整数$\}$，$f(n) > kn^{\alpha}$ で　$\alpha > 1$ とする。　例えば，$L_{2^n} = \{a^{2^n}\}$。
［命題３］言語$L_{f(n)}$は，M_1で認識できない。
一方，L_{2^n} は全域通信ＧＣを使って容易に実時間で認識できる。[1]
次に，全域通信ＤＣＣを許し，近傍（−１，０）を持つシステムをM_2とする。　この場合次の結果が成立する。
［補題４］[1] 並列システムM_2は，全域通信を持たない並列システムにより実時間で模倣できる。
更に，次の結果が成立する。
［命題５］言語L_{2^n} は全域通信ＧＣを持つシステムにより，実時間で模倣できる。

３．３　ｋ近傍の１方向モデルについて

全域通信（ＤＣＣ）を持つｋ個の近傍（−（ｋ−１），−−−，−１，０）を持つ並列システムをM_3とする。
この時，補題３は容易に一般化できる。
［命題６］並列システムM_3は，全域通信を持たない並列システムにおいて実時間で模倣できる。

４．２次元の全域通信を持つモデル

３章では１次元モデルについての結果を与えた。１次元と２（多）次元との違いは，データを中心セルへ流す方向が前者では一つで，後者は複数個存在することである。従って，１次元のように中心セルに送るということが，それほど簡単ではなくなる。

４．１　ノイマン，ムーア近傍，三角形配列のモデル

ノイマン近傍を持つモデルについては，文献２に得られている。ムーア近傍について，全域通信を許す並列システムをM_5とすると，次の結果が成立する。
［定理７］並列システムM_5を，全域通信を持たないシステムにより実時間で模倣できる。
同様にして，三角形配列についても次の結果が成立する。
［命題８］全域通信を持つ三角形配列を，全域通信を持たないシステムにより実時間で模倣できる。
ノイマン，ムーア近傍の変形としての任意の近傍を持つ２方向モデルについてもこれらの結果が同様に成立する。

４．２　１方向モデルについて

１次元の場合と同じように２次元の場合にも２方向と１方向には能力差があるように思われる。例えば次のような関係が成立する。
［命題９］全域通信（ＤＣＣ）を持たない並列システムでは，言語 $\{a^{2^{2n}} \mid n$は正整数$\}$ を実時間では認識できない。
この言語は，全域通信ＧＣをうまく使えば認識できるように思われる。

４．３　六角形配列について

４．１節の各モデルは比較的容易に模倣できるが，この場合は単純でない。それは各セルの近傍の形が２種類（図５参照）存在することに起因する。従ってこのタイプのモデルが模倣可能かどうかについては，まだ分かっていない。

５．まとめ

任意の近傍を持つモデルについて，全域通信除去の可能性問題について考察した。結果は次表の通りである。○はそれぞれの全域通信を持つモデルが，これを除去したモデルで模倣可能であることを示す。

<table>
<tr><th colspan="3">近傍＼全域通信</th><th>ＧＣ</th><th>ＤＣＣ</th></tr>
<tr><td rowspan="4">１次元</td><td colspan="2">ｋ近傍／２方向</td><td>○</td><td>○</td></tr>
<tr><td rowspan="2">２近傍</td><td>(0,1)</td><td>×[1]</td><td>?</td></tr>
<tr><td>(-1,0)</td><td>×</td><td>○[1]</td></tr>
<tr><td colspan="2">ｋ近傍／１方向</td><td>?</td><td>○</td></tr>
<tr><td rowspan="6">２次元</td><td colspan="2">ノイマン近傍</td><td>○[2]</td><td>○[2]</td></tr>
<tr><td colspan="2">ムーア近傍</td><td>○</td><td>○</td></tr>
<tr><td colspan="2">三角形配列</td><td>○</td><td>○</td></tr>
<tr><td colspan="2">六角形配列</td><td>?</td><td>?</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">１方向／任意近傍</td><td>?</td><td>?</td></tr>
<tr><td>?</td><td>○</td></tr>
</table>

「文献」（１）Ibarra:"Some results concerning linear iterative(systolic)arrays",J.Parallel and distributed computing 2, pp.182-218 (1985).
（２）Umeo:"Broadcast elimination without any loss of time efficiency initerative(Cellular or systolic) arrays",Proc.,of Cellular Meeting (1988).
（３）宮島他：”並列回路網の全域通信除去に要する計算時間”，平成元年度電気関係学会九支連大，６０５（１９８９）．