

1 K - 2

問題解決戦略の自由探索法に基づく 数学学習支援システム

中村 直人 竹谷 誠
(拓殖大学 工学部)

1. はじめに

数学の問題解決時には、定義・定理・公式等の数学的知識 (MK : Mathematical Knowledge) と、問題を把握・分析し解法の道筋を計画するための戦略である戦略的知識 (SK : Strategic Knowledge) が必要である。そこでこれらの2種類の知識をどのように学習者に教授するかが数学学習のCAIにおいては重要な課題となる。すでに開発したCAIシステム——THEシステム (Terada Hirose Education system)においては、基本的には数学的知識を分野別に順次教授する数学的知識に基づくコースウェアであるが、教材ごとに数学的知識と鉄則と呼ぶ戦略的知識を関連づけ問題解決の学習を行なっている¹⁾。本稿ではさらに問題解決の過程を分析した結果から鉄則を分類し、その分類に基づく学習者の自由探索による学習法とその実現について報告する。

2. 戰略的知識

鉄則（戦略的知識）は問題解決において数学的知識を効率的に適用して解決を計る知識である。たとえば三角関数の問題における“sin, cos, tanの種類の統一をはかれ”とか因数分解の問題における“一文字中心に整理せよ”などである。前者の三角関数の鉄則では $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ などの公式の適用を意図している。その適用の目的は問題の〔三角関数の問題, 3種類の三角関数, …〕の状態から数学的知識を用いて〔三角関数の問題, 2種類の三角関数, …〕の状態に変化させることである。すなわち問題解決において未知なもの（三角関数の種類）の数を削減することを目的としている。また後者の因数分解の例においても同様な目的をもつといえる。

このような立場からこれまで作成したTHEシステムの高校数学約2000題の問題をもとに約100種類の鉄則をその適用目的から大きく以下の8つの範疇に分類した²⁾。

I. 条件翻訳戦略

条件の数学的表現への翻訳する

II. 目標翻訳戦略

目標の数学的表現への翻訳する

III. 未知削減戦略

いくつかの未知なものをそれらの関係を利用して削減する

IV. 変形戦略（乗法型→加法型）

るい乗の式を対数を考えるあるいはその逆のような数学的変形をおこなう

V. 特殊性利用戦略

対称式などの特殊な性質をもつ式・図に帰着させる

VI. グラフ→式化戦略

図から式などの数学的置き換える

VII. 式→グラフ化戦略

式から図などの数学的置き換える

VIII. 具体化戦略

任意な式・図形として示された関係に具体的な値・図をあてはめ思考する

3. 戰略的知識の学習法

3. 1 コースウェア型

図1において三角比, 2次関数などの数学的知識分野の分類はそれぞれ MK_i として平面で表されている。各平面はその数学的知識を含む問題 j から構成されている。すなわち一般に三角比の問題とか2次関数の問題といわれる分類である。

これまでのTHEシステムあるいは一般的なCAIシステムでは図1に点線で示したように各数学的知識分野内を定義・定理・公式の数学的構成と教育的順序を基にしたコースウェアにより学習を進行していく。このような学習法をコースウェア型の学習と呼ぶ。

3. 2 自由探索型

問題の解法の類似性について先の問題解決の立場か

A mathematical learning system with the traversing method based on problem solving strategies

Naoto NAKAMURA and Makoto TAKEYA

Takushoku University

ら考察すると一般に解き方がよく似ているという場合、単に数学的知識が同一範囲であるということではなく解法の道筋すなわち問題解決戦略が類似であることである。そこで本稿では問題解決戦略の類似性とは先に述べた戦略的知識の分類において少なくとも同一の範疇に属することとする。

図1において問題1、問題5、問題7、MK2上の問題などで両方向矢印の実線で結ばれた問題は同一範疇III。未知削減戦略の鉄則を含んでいることを示している。すなわちこの実線は解法の類似性の高い問題を結んでいる。また問題5、7は鉄則IIIだけでなくII、VIIを含んでおり厳密には問題1と同様な解法を一部含んでいるということである。さらに問題1、5、7は数学的知識の分野も同一であり範囲と解き方が類似な非常に似ている問題といえる。

本稿で提案するTHEシステムにおいては、この実線で示した類似性を基に自由に類似の問題を探索することで学習を進行させる。このような学習法を自由探索型の学習と呼ぶ。この類似な問題を繰り返し学習する方法は学習者が問題解決戦略を一般化して獲得することに有効な方法と考えられる。

4. THEシステムでの実現

これまでのTHEシステムのコースウェアが参照する問題データベースにおいて、各問題の解答や数学的知識分野などのデータに、さらに先に述べた鉄則の分類を付加することで自由探索を可能としている。学習者はメニューより数学的知識や鉄則の条件を入力することで学習を進行していく。

5. まとめ

本稿では学習者の問題解決戦略に基づく学習方法について述べた。今後学習者による実践を通して本方法について深める予定である。さらに学習者の問題の検索条件の入力について自然な入力方法の開発も課題である。

参考文献

- 1) M. TAKEYA, et al. (1989) An Evaluation of THE CAI System Based on Students' Opinions. J. Sci. Educ. Japan 13, 2, 102 – 108
- 2) 中村他 (1989) 問題解決戦略を教授するCAIシステム、情報処理学会第38回全国大会論文集, 47 – 48

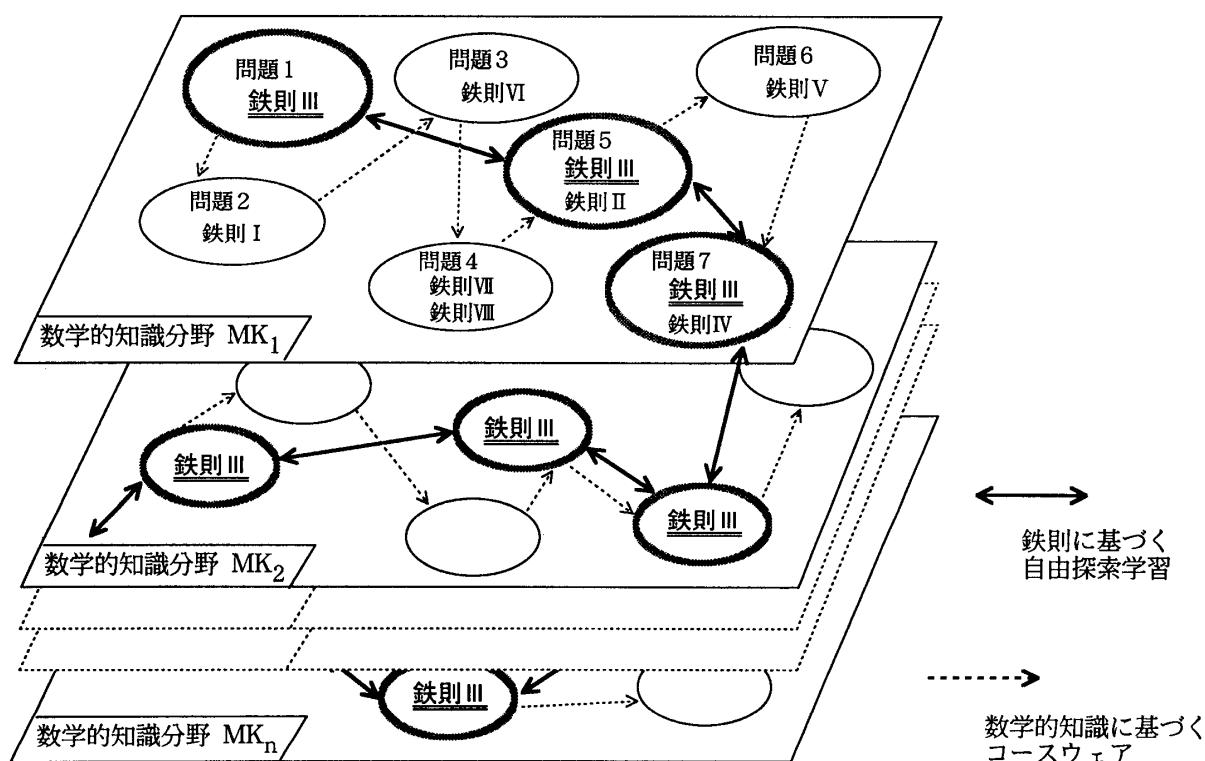


図1. 問題解決戦略（鉄則）に基づく自由探索学習の概念