対話型グラフィックスの形式的取扱いについて

1K-4

松岡 聡
東京大学理学部情報科学科

川合 慧
東京大学教養学部情報図形科学教室

1 はじめに

最近 User Interface Management System (UIMS)、特にその中でも対話型グラフイックスの研究が盛んだが [3, 5]、その記述を形式的に与える試みは、その必要性が指摘されているにもかかわらず未だ少ない [2, 6, 7, 9]。対話型グラフィックスの記述にあたっては、その Observational (External) Behavior と意味の記述を分けて考える必要があるが、今までの研究ではプログラミング言語になぞらえた曖昧な操作のレベル分けに終始しており [1]、Direct Manipulation の特質を何ら形式的な体系に基づいて議論できないのが実情である [4]。

我々の研究では、小野寺が定義した Visualizing Pipeline (**VP**) [8] を拡張することによって対話型グラフィックスの形式的な記述体系を構成することを目指している。今回は対話的なグラフィックスの Observational Behavior の記述の一部を示す。(なお、今回はスペースの都合上、全ての証明を省略する。)

2 VP の数学的基礎

ここでは **VP** 上の議論を行なうのに必要最少限の数学的基礎を与える。より完全な定義は [8] を参照されたい。

Correspondence とは集合間の mapping をより一般化した概念であり、$\Gamma \equiv (\mathrm{G},\mathrm{M},\mathrm{N})$ と定義される。ここで、M, N は任意の集合であり、$\mathrm{G} \subset \mathrm{M}\times\mathrm{N}$ を *graph* と呼ぶ。Graph の *domain, image* はそれぞれ $\mathrm{Dom}\Gamma \equiv \{m \mid (m,n) \in \Gamma\}$, $\mathrm{Im}\Gamma \equiv \{n \mid (m,n) \in \Gamma\}$ と定義される。

さらに、Γ の性質として以下のものが定義される。

$$\begin{aligned}
\Gamma : \mathit{convergent} &\Leftrightarrow \forall(x \in \mathrm{Dom}\Gamma)(|\Gamma(x)| = 1)\\
\Gamma : \mathit{divergent} &\Leftrightarrow \forall(y \in \mathrm{Im}\Gamma)(\left|\Gamma^{-1}(y)\right| = 1)\\
\Gamma : \mathit{survergent} &\Leftrightarrow \Gamma : \mathit{convergent} \wedge \Gamma : \mathit{divergent}
\end{aligned}$$

VP 上での *Picture* はある空間 U から attribute の空間 C への correspondence である。**VP** の構成は correspondence の空間上で定義された演算の列として記述され、その過程で有限な geometry の指定から実際の画面上の絵が生成されるとする。

3 Retract Operator

定義 3.1 (Retract Operator) *Let* Γ *be a correspondence, where* ImΓ *is a metric space whose distance between elements* $u, v \in \mathrm{Im}\Gamma$ *is determined by the function* $\mathrm{d}(u,v)$. *Let* R *be a* retractor set *over* ImΓ. *Then, define* $\Downarrow_{\mathrm{d}}$ *to be a* retract operator *where following hold:*

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Gr}(\Gamma \Downarrow_{\mathrm{d}} \mathrm{R}) =\\
&\quad \{(x,y') \mid (x,y) \in \mathrm{Gr}\Gamma \wedge\\
&\quad (y' \in \mathrm{R} \rightarrow y = y'\\
&\quad y' \notin \mathrm{R} \rightarrow y = \mathcal{S}(y', \mathrm{R} \cap \mathrm{Im}\Gamma))\} \qquad (1)
\end{aligned}$$

where $\mathcal{S}$ *is defined so that the following relation holds:*

$$\begin{aligned}
&u' = \mathcal{S}(u,S) \equiv\\
&\quad u' \in S \wedge\\
&\quad \forall(u'' \in S)(\mathrm{d}(u,u') \le \mathrm{d}(u,u'')) \qquad (2)
\end{aligned}$$

On Formal Treatment of Interactive Graphics
Satoshi MATSUOKA
Satoru KAWAI
The University of Tokyo

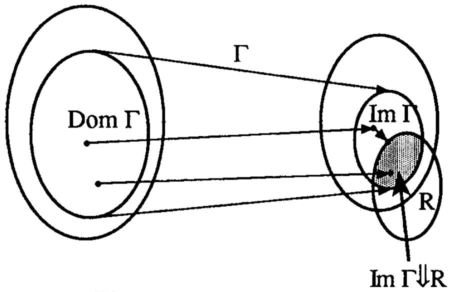

図 1: The Retraction of Γ by R.

今後、特に混乱の恐れがない限り $\Downarrow_{\mathrm{d}}$ を $\Downarrow$ と省略して記述することにする。図 (1) に Γ を R で retract した操作の概念図を表す。次に、Γ 上の 距離の保存性を定義する。

定義 3.2 (Distance Preserving Property) *A correspondence* Γ *is said to have a* Semi-Distance Preserving Property *if followings hold:*

1. DomΓ *is a metric space for* d *of* ImΓ,
2. *For any* $x_1, x_2, x_3 \in \mathrm{Dom}\Gamma$,

$$\begin{aligned}
&\mathrm{d}(x_1,x_2) \le \mathrm{d}(x_1,x_3) \Rightarrow\\
&\quad \forall(y_2 \in \Gamma(x_2))\forall(y_1 \in \Gamma(x_1))\\
&\quad \forall(y_3 \in \Gamma(x_3))(\mathrm{d}(y_1,y_2) \le \mathrm{d}(y_1,y_3)). \qquad (3)
\end{aligned}$$

A correspondence Γ *is said to have a* Distance Preserving Property *if it is semi-distance preserving and its inverse* Γ^{-1} *is also semi-distance preserving.*

定義 3.3 (reflexivity of Γ) *A correspondence* Γ *is said to be* reflexive *for* A *if the following hold:*

$$\Gamma^{-1}(\Gamma(\mathrm{A})) = \mathrm{A} \cap \mathrm{Dom}\Gamma. \qquad (4)$$

以上の定義と幾つかの補題により、次の定理を得る。

定理 3.4 (Retraction Composition Theorem) *Let* Γ_1 *and* Γ_2 *be correspondences on identical metric spaces. Then, if* Γ_2 *satisfies the properties:*

1. *distance preserving,*
2. Γ_2^{-1} *is reflexive for* R_2

then the following holds:

$$\begin{aligned}
&(\Gamma_2 \Downarrow (\mathrm{R}_2 \cap \Gamma_2(\mathrm{Im}\Gamma_1))) \circ \Gamma_1 =\\
&\quad \Gamma_2 \circ ((\Gamma_1 \mid \Gamma_1^{-1}(\mathrm{Dom}\Gamma_2)) \Downarrow \Gamma_2^{-1}(\mathrm{R}_2)) \qquad (5)
\end{aligned}$$

We call R_2 *the* retractor set *of* Γ_2.

系 3.5 *Let* R_1 *be a retractor set for* Γ_1. *If* Γ_2 *is divergent in addition to the properties given in Theorem 3.4, then by substituting* $\Gamma_2(\mathrm{R}_1)$ *for* R_2 *we obtain:*

$$\begin{aligned}
&(\Gamma_2 \Downarrow \Gamma_2(\mathrm{R}_1 \cap \mathrm{Im}\Gamma_1)) \circ \Gamma_1 =\\
&\quad \Gamma_2 \circ ((\Gamma_1 \mid \Gamma_1^{-1}(\mathrm{Dom}\Gamma_2)) \Downarrow (\mathrm{R}_1 \cap \mathrm{Dom}\Gamma_2)) \qquad (6)
\end{aligned}$$

4 VP における Domain Retraction

以上の結果を **VP** に適用する。U を距離空間、$\mathrm{G} \equiv 2^{\mathrm{U}}$ を geometry の空間、$\mathrm{M} \equiv (\mathrm{G_t},\mathrm{U},\mathrm{U})$ を transformation の空間とすると、retraction composition theorem の適用により、$\mathrm{Dom(m)} = \mathrm{Dom}(id) = \mathrm{U}$ ならば、次の式が成り立つことが示される。(一般のアフィン変換はこの条件を満たすが、それ以外の変換を考慮することも可能である。)

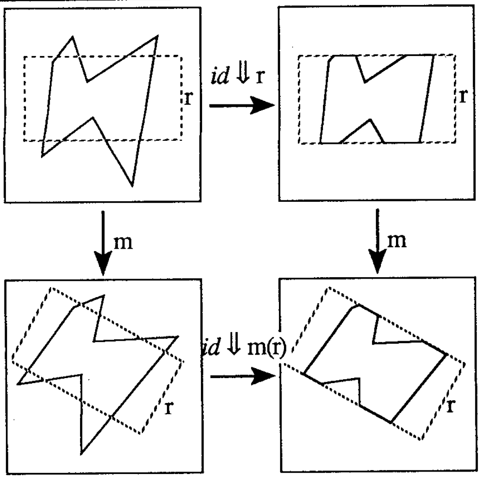

図 2: Commutativity of Retraction for Transformation.

$$(id \Downarrow \mathrm{m(r)}) \circ \mathrm{m} = \mathrm{m} \circ (id \Downarrow \mathrm{r}) \qquad (7)$$

図 (2) にこの様子を示す。多角形の r 外の領域が r の境界に retract されていることに注意されたい。

等式 (7) は VP 上の geometric geometry transformation には拡張できるが、残念ながら geometric picture transformation には一般には拡張できない。その理由は retraction は一般的には divergence を保存しないからである。今のところ、本稿に述べる範疇の対話的グラフィックスの操作を記述するのには問題はないが、今後の検討が必要である。

5 Region Constrained Dragging の記述例

ここでは、従来は UIMS ないしは application の lexical および syntactical level において低位かつ atomic とされ、曖昧な記述しかされなかった操作が、拡張された VP 上で形式的に記述される事を示す。

Lexical level におけるカーソルの状態は以下の関数によって与えられる。

- $\chi_i : \mathrm{T} \to \mathrm{U}$ カーソル入力関数
- $\chi_d : \mathrm{T} \to \mathrm{U}$ カーソル表示関数
- $\chi_h : \mathrm{T} \to \mathrm{U}$ カーソル対象指示関数

カーソル入力関数とカーソル表示関数の間には以下の関係が成り立つ。ここで、ω_{id} は表示デバイスの画面の geometry を与えているとする。

$$\chi_d(t) = \lambda t.((id \Downarrow \omega_{id})\chi_i(t)) \qquad (8)$$

図 (3) では ω_b があるウインドゥの geometry を与えている。オブジェクト P は pick されている状態で、マウスカーソルによって drag される。この時、ω_r によって P の移動可能な領域が制約されるとする。

P の位置は χ_h で与えられるが、これは実際のカーソルの表示位置 χ_d とズレがあるのが通例である。例えば、カーソルが領域 ω_r 内にある時は P はカーソルの動きに追従するが、領域 (B) 内にある時は P は ω_r に制約されてしまうので、ズレが生じる。更に、領域 ω_b 外にある時はもはや追従しない。

この場合、ω_r が図 (3) のように ω_b で部分的にクリップされている時に P が不可視な領域に絶対に移動しないことを保証する為には、P の動作を表す χ_h は

$$\forall(t \in \mathrm{T})(\chi_h(t) \in (\omega_b \cap \omega_r)) \qquad (9)$$

を満たさなくてはならない。このような動作を記述する変換 ω を簡潔に構成できるであろうか。まず、χ_h は χ_d, ω に対して

$$\chi_h(t) = \lambda t.(\omega(\chi_d(t))) \qquad (10)$$

で与えられる。上記の動作の仕様に合う ω を構成すると、

$$\omega = (id \Downarrow (\omega_r \cap \omega_b)) \circ (id \mid \omega_b) \qquad (11)$$

となる。この ω を式 (10) に代入すれば式 (9) を満たすことが確かめられるが、更に系 (3.5) の結果によりこの式は、

$$\omega = (id \mid \omega_b) \Downarrow \omega_r \qquad (12)$$

に等しいことが示せる。つまり、一回の restriction と一回の retraction で上記の条件を満たす関数の変換を構成できることになる。

6 結論、今後の課題

以上、VP 上の対話型グラフィックスの体系の一部を示した。今後の目標としては、

- VP 上での picture transformation 用の演算の定義
- Direct Manipulation の Semantics の記述系の構築
- 副作用のある Interaction の宣言的記述

等があげられる。また、実際のシステム上での実現を目指す為に、何らかの実行記述系への変換も計画中である。

参考文献

[1] Buxton, William "Lexical and Progmatic Considerations of Input Structures", *Computer Graphics* Vol. 17, No. 1

[2] Duce, D. A. and Fielding, E. V. C. and Marshall, L. S. "Formal Specification of a Small Example Based On GKS", *ACM TOG,* Vol. 7, No. 3

[3] Hartson, Rex H. and Hix, Deborah "Human-Computer Interface Development: Concepts and Systems for its Management", *Computing Surveys,* Vol. 21, No. 1

[4] Hudson, Scott E. "UIMS Support for Direct Manipulation Interfaces", *Computer Graphics,* Vol. 21, No. 2

[5] Green, Mark "Directions for User Interface Management Systems Research", *Computer Graphics,* Vol. 21, No. 2

[6] Mallgren, William R. *Formal Specification of Interactive Graphics Programming Languages,* The MIT Press, 1983

[7] Onodera, Tamiya and Kawai, Satoru *A Unified Formalization of Basic Concepts in Computer Graphics,* TR 87-18, Department of Information Science, The Univ. of Tokyo

[8] Onodera, Tamiya and Kawai, Satoru *The Visualizing Pipeline: a Formalized Model of Visualization of Graphical Primitives,* TR 87-22, Department of Information Science, The Univ. of Tokyo

[9] Jacob, Robert J. K. "Using Formal Specifications in the Design of a Human–Computer Interface", *CACM,* Vol. 26, No. 4

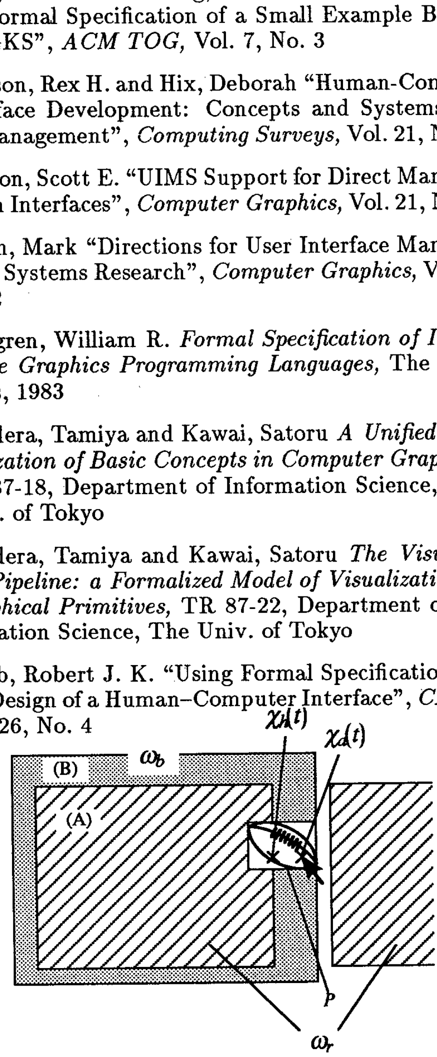

図 3: Region-Constrained Dragging.