

# Hopfield型ニューラルネットワークを用いた 2E-1 ポイントパターンマッチング

酒匂 裕                      ダリン ユーカ  
(株)日立製作所              中央研究所

## 1. はじめに

2つの点集合間の対応付け問題は、パターン理解における各種照合問題に共通する重要課題である。この問題はポイントパターンマッチングとも呼ばれ、組合せ数が点个数の階乗で発散するNP完全問題として知られる。そのため、通常は、予め定めた許容照合誤差以上の照合を省略することで処理量の低減を図っている[1]。しかし、問題によっては許容照合誤差を推測できず、すべての組合せの内から目的誤差の最小のものを求める必要が生ずる場合がある。

一方、HopfieldとTankは、所謂、Hopfieldニューラルネットワークを用いて、NP完全問題の1つであるトラベリングセールスマン(TSP)問題を解き、この種の最適化問題の解法にネットワークを適用できることを示した[2]。

本稿では、Hopfield型のニューラルネットワークを用いて、最も基本的な、n個のモデル点集合と平行移動、回転、スケール変換及びランダムな微小変動を受けたn個の入力点集合との対応付け問題の解決を試みる。そして、実験によりその繰返し計算量がO(n)であることを示す。

## 2. 定式化

### 2.1 ニューロンの配置方法

n個のモデル点 $p_i(x_i, y_i)$ とn個の入力点 $P_j(X_j, Y_j)$ の対応を考えた時、図1(a)のように $p_i$ と $P_j$ の対応線上にニューロンを配置する。この時、ニューロンの出力 $V_{ij}$ が1であれば $p_i$ と $P_j$ が“対応する”、0であれば“対応しない”と定義する。図1(b)はニューロンをマトリクスで表現したものである。n対n点の場合は正方マトリクスとなる。

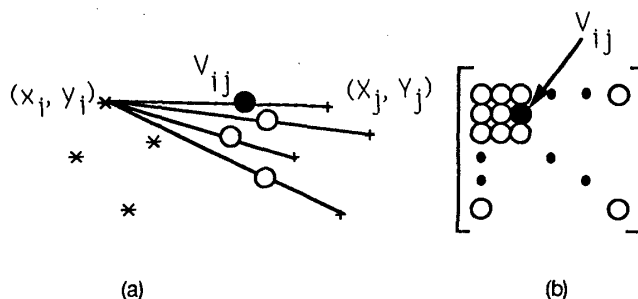


Figure 1. Hopfield network formulation.

### 2.2 エネルギーの定義

ネットワークのエネルギーEを次のようなエネルギー $E_1$ とエネルギー $E_2$ の和として定義する。エネルギー $E_1$ は、 $p_i$ と $P_j$ が重複を許さずに対應對應するとき最小となるように定義された制約エネルギーである。このエネルギーは、次式のようにTSP問題と同様な式である。ただし、 $K_1$ と $K_2$ は定数。

$$E_1 = \frac{K_1}{2} \left[ \sum_i \sum_j \sum_{k \neq j} V_{ij} V_{ik} + \sum_j \sum_i \sum_{k \neq i} V_{ij} V_{kj} \right] + \frac{K_2}{2} \left[ \sum_i \sum_j \frac{V_{ij}}{n} - 1.5 \right]^2$$

エネルギー $E_2$ は、次式で示したように、対応が正しい場合に最小二乗の意味で照合誤差が最小となるように定義されたコストエネルギーである。ただし、 $K_3$ は定数。

$$E_2 = \frac{K_3}{2} \sum_i \sum_j V_{ij}^2 \left[ [X_j - (ax_i + by_i + c)]^2 + [Y_j - (Ax_i + By_i + C)]^2 \right]$$

ここで、a, b, c, A, B, Cは、次式を満足する係数である。この式には $V_{ij}$ が含まれているが、一対一対応時には通常の最小二乗法による係数解法と同一の式となる。

$$\begin{bmatrix} \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i \\ \sum_i x_i y_i & \sum_i y_i^2 & \sum_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i y_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i \sum_j V_{ij} x_i x_j \\ \sum_i \sum_j V_{ij} x_i y_j \\ \sum_i \sum_j V_{ij} x_j \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i \\ \sum_i x_i y_i & \sum_i y_i^2 & \sum_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i y_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i \sum_j V_{ij} y_i x_j \\ \sum_i \sum_j V_{ij} y_i y_j \\ \sum_i \sum_j V_{ij} y_j \end{bmatrix}$$

2.3 ダイナミクス

次式で表現されたニューロダイナミクスをオイラー/コーシー法で解く。

$$\frac{du_{ij}}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial V_{ij}}, \quad V_{ij} = \frac{1}{1 + e^{-u_{ij}\lambda}}$$

2.4 パラメータ

実験では、 $K_1=0.5$ 、 $K_2=n$ 、 $K_3=0.1$ 、 $\Delta t=0.1$ を用いる。また、 $K_3$ の座標値依存度を低減するため、モデル点の座標を次式のように正規化する。

$$x_i = \frac{x_i}{\max\{(x_{\max} - x_{\min}), (y_{\max} - y_{\min})\}},$$

$$y_i = \frac{y_i}{\max\{(x_{\max} - x_{\min}), (y_{\max} - y_{\min})\}}$$

入力点に関しても同様な正規化を行う。 $u_{ij}$ の初期値は0.0。第1回目のエネルギー偏微分計算では、係数a、b、c、A、B、Cの初期値をモデル点と入力点の大局的な分布状態の比較によって得られる見積値とする。

3. 実験結果

3.1 照合結果 図2は、平行移動、回転、スケール変換及びランダム微小変動を受けたもの照合例である。

3.2 エネルギー曲線 図3は、図2のサンプルにおける時間tの経過によるエネルギーEの減少の様子である。なお、横軸は $\Delta t$ の繰返し数である。

3.3 点個数と処理量 図4に、ランダムに与えた点集合の点個数と照合に要する繰返し回数との関係を示す。点個数nにリニアな関係となる。

3.4 係数値見積誤差と最小二乗誤差 点集合間の変形が大きい場合には、係数の初期見積値は、当然、誤差を伴うし、全く意味がなくなる場合が多い。図5に、この見積誤差、すなわち、見積角度誤差が生じたときの照合精度を示す。±30度以上の見積角度誤差の場合、照合ミスが生ずる。しかし、この場合の最小二乗誤差( $\propto E_2$ の収束値)は明らかに正解での最小二乗誤差より大きい。このことを利用すれば、高々、数回の係数初期値の変更で正解を得ることができる。

3.5 その他 図6のようにモデル点と入力点の個数が異なっても、対応をとることが可能な場合がある。

4. おわりに

基本的なポイントパターンマッチング問題をHopfield型ニューラルネットワークで解決できることを示した。また、その時の繰返し計算量がO(n)であることを実験により確認した。今後は、個数の異なる点集合間の照合への方式の拡張を行う。なお、本方式は、一般のアフィン変換やその他の非線形変換を受けた点集合間の照合や高次元空間での照合にも容易に拡張できる汎用性を持っていると考えている。

【参考文献】

[1]J.Hong, and X.Tan, "A New Approach to Point Pattern Matching," 9th Inter. Conf. on Pattern Recognition, Vol.1,pp82-84 (1988).  
 [2]J.J.Hopfield, and D.W.Tank, "Neural Computation of Decisions in Optimization Problems," Biological Cybernetics, 52, pp141-152 (1985).

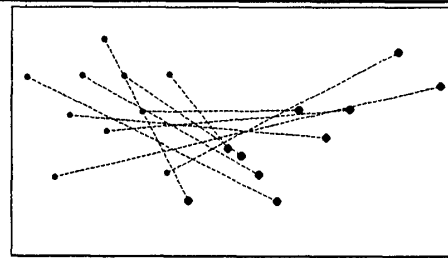


Figure 2. A matching result.

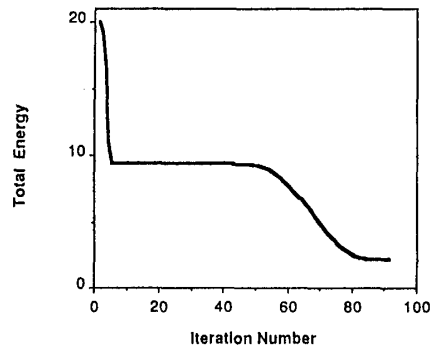


Figure 3. Energy curve for the matching in figure 2

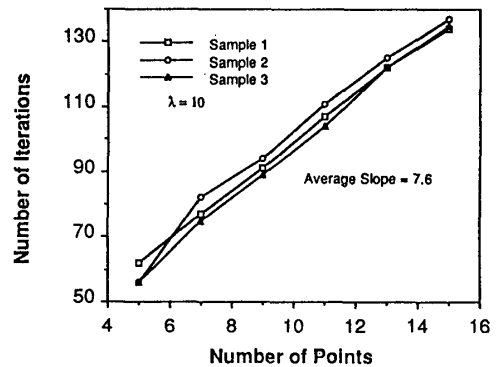


Figure 4. Number of iterations needed for the number of points.

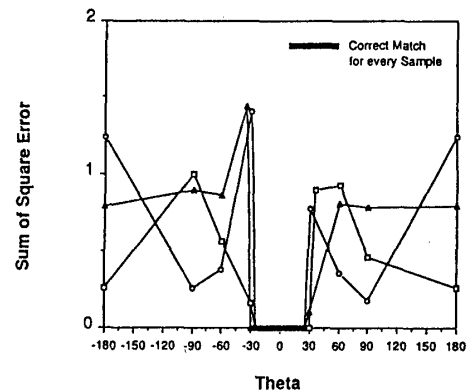


Figure 5. Sum of the squared error for a theta difference.

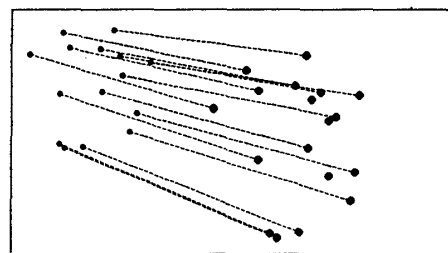


Figure 6. Matching result in the case of additional noise points.