5C-1

完全モデルに基づく非単調論理の宣言的意味 *

董 方清　　中川 裕志

(横浜国立大学工学部電子情報工学科)

1 はじめに

C.Przymusinski により提案された完全モデルは論理プログラムの新たな宣言的意味論となる上で、さらにこのモデル意味論は論理プログラムと主な非単調論理体系との関連性を示し、非単調論理の研究に新たな方向を提示した [Przymusinski 88b]。しかし、完全モデルでは非単調論理で広く取り上げられた負リテラルを帰結項とする論理式についてまだ検討されていなかった。またデフォールト論理における多重不動点の問題や、実世界における具体的なデフォールトとは何かを推論する難しさも考慮すべき課題である。このような問題点を踏まえて、我々は本報告においてまず完全モデル意味論について説明する。次に一階述語論理の範囲で非単調論理の宣言的意味論を検討するために、例外極小化モデルを導入する。そして例外極小化モデルと完全モデルとの関連性、例外極小化モデルと極小限定との関連性について述べる。

2 層状プログラムと完全モデル

次の形にする一階述語言語における論理式からなるプログラムを一般プログラムと呼ぶ。

$$A_1 \wedge \ldots \wedge A_n \wedge \neg B_1 \wedge \ldots \wedge \neg B_m \supset C$$

一般プログラムは一般的に複数の極小モデルをもち、特に否定の意味論を定めなければ一意的なモデルを決定できない。直観的には一般プログラム P の全ての述語記号をいくつかの層に分割し、条件部における述語記号の属する層は常に帰結項の属する層より低い、或は同じであるとする。例えば、次のプログラムに対し、

$$A(X) \wedge A(b) \supset P(b,X)$$
$$A(X) \wedge \neg AB(Y) \supset P(b,X)$$
$$A(Y) \wedge B(Y,b) \supset AB(Y)$$

全ての述語記号の集合 S

$$S = \{A, B, AB, P\}$$

を次の三つの層に分割することができる。

$$S_1 = \{A, B\},\ S_2 = \{AB\},\ S_3 = \{P\}$$

これらの層は次の条件を満たす。

1. 正の前提条件項の属する層は、帰結項の属する層より高くない。
2. 負の前提条件項の属する層は、常に帰結項の属する層より低い。

このような条件を満たす一般プログラムを層状プログラムと呼ぶ。層状プログラム P に対し、より低い層における述語のモデルがより小さいという条件を満たす P の極小モデルをこのプログラムの完全モデルと呼ぶ。

3 例外極小化モデル

我々の日常生活に関わる推論では例外の知識を満たし、このような知識を一般プログラムの形で記述しようとすれば、明示されない暗黙の例外を明らかにする必要があるが、現実の世界では暗黙の例外とは何かを推論するのが困難であるので、我々は直接に論理プログラムでデフォールトを記述しようと試みた。

例えば、次の例を考えてみる。

$$D = \{\ A(X) \supset P(b,X),$$
$$A(Y) \wedge \neg A(Z) \wedge B(Y,Z) \supset \neg P(Z,c)\}$$

1番目の節を "$A(X)$ かつ例外の知識がなければ $P(b,X)$ である" ように解釈し、2番目の節を例外に関する知識と考える。これから否定述語を帰結項とする論理式を含むプログラムを条件プログラムと、条件プログラムにおける論理式を条件プログラム節と呼ぶ。

一般プログラムにおける完全モデルと同様に、条件プログラムに対し、述語記号を層状化し層に従って述語のモデルを極小化することにより、条件プログラムのモデル意味論を定式化することができるが、負リテラルを帰結項とするプログラム節が完全モデルでは取り扱われないので、特別な手法で処理する必要はある。

プログラムには述語記号 A と $\neg A$ を帰結項とするプログラム節があれば、お互いに矛盾することがあり得るので、これらのプログラム節に優先順位をつけることにより矛盾を解消しなければならない。これまでにモデル間の矛盾を解消するのにいろいろな考え方が示されている。例えば、最も特殊な前提条件や最短パスなどの概念により構成されたモデルを選ぶ方法がある。上に与えた例の場合、$A(Y) \wedge \neg A(Z) \wedge B(Y,Z) \supset \neg P(Z,c)$ の前提条件が $A(X) \supset P(b,X)$ の前提条件を含意するので、前者の前提条件はこの二つのプログラム節の内、"最も特殊な前提条件" となる。このような条件を満たす、それぞれ述語 A とその否定 $\neg A$ を帰結項とするプログラム節 P^+ と P^- に対し、その優先順位を次のように示す。

$$P^+ <_P P^-$$

条件プログラム P の解釈の内、

1. より低い層における述語のモデルはより小さい。
2. 矛盾するプログラム節があれば、優先順位のより低いプログラム節がより少ない。

このような条件を満たす解釈を P の例外極小化モデルと呼ぶ。

---

*Declarative Semantics of Non-monotonic Logic based on Perfect Model by fangqing DONG, hirosi NAKAGAWA
(Dept. of Electrical and Computer Eng., Yokohama National Univ.)

4 例外極小化モデルと完全モデル

負リテラルを帰結項とするプログラム節を一種の例外に関する知識と考え、矛盾しうる条件プログラム節を暗黙の例外が存在する原因と見なすことができる。我々に関心があるのは、どのような構造をもつ条件プログラムでは例外の知識がはっきりとわかって、そのプログラムを一般プログラムへ変換できるかという問題である。

一般プログラムへの変換手続きは前節の例で示す。

step1：暗黙の例外を推論する。$P^+ <_P P^-$ を満たすプログラム節 P^- の前提条件を P^+ の暗黙の例外と考えられる。例えば前節の例の場合、

$$A(X) \supset P(b,X) <_P A(Y) \wedge \neg A(Z) \wedge B(Y,Z) \supset \neg P(Z,c)$$

により $P(b,X)$ と $P(Z,c)$ の単一化子 θ は $\{Z/b, X/c\}$ となり、$A(X) \supset P(b,X)$ の暗黙の例外 d は、

$$\begin{aligned} d &= (A(Y) \wedge \neg A(Z) \wedge B(Y,Z))\theta \\ &= A(Y) \wedge \neg A(b) \wedge B(Y,b) \end{aligned}$$

となる。$\neg d$ を $A(X) \supset P(b,X)$ の前提条件に加え、$A(X) \supset P(b,X)$ は次のように変換される。

$$A(X) \wedge \neg(A(Y) \wedge \neg A(b) \wedge B(Y,b)) \supset P(b,X)$$

step2：$\vee$ を消去する。

$$\begin{aligned} &A(X) \wedge A(b) \supset P(b,X) \\ &A(X) \wedge \neg AB(Y) \supset P(b,X) \\ &A(Y) \wedge B(Y,b) \supset AB(Y) \end{aligned}$$

step3：否定述語を帰結項とするプログラム節を消去し、変換された一般プログラム D'' は節2で示した一般プログラムとなる。

この変換について次の定理が成立する。

【定理 4.1 】
条件プログラム D において任意の述語記号 A に対し、P^+ と P^- はそれぞれ A と $\neg A$ を帰結項とする条件プログラム節と仮定する。もし $P^+ <_P P^-$ 或は $P^- <_P P^+$ のいずれかが成り立てば、D が以上の手続きで、ある一般プログラム D'' へ変換され、D の例外極小化モデルは D'' の完全モデルと等しい。

5 極小限定との関連性

我々の提案した例外極小化モデルは、既存の非単調論理体系と密接な関係を持っているが、本報告で極小限定との関連性だけについて調べる。ここで *M.Gelfond* と *V.Lifschitz* の提案した極小限定の論理プログラムへのコンパイル法 *[Gelfond 88]* と比較してみる。例外極小化モデルに基づく条件プログラムの一般プログラムへの変換手続きはこのコンパイル法と比べて次の点で異なる。

1. プログラム節のコンパイル法は異なる。極小限定ではプログラム D を次のように表す。

$$\begin{aligned} &A(X) \wedge \neg AB_1(X) \supset P(b,X) \\ &A(Y) \wedge \neg A(Z) \wedge B(Y,Z) \wedge \neg AB_2(Z) \supset \neg P(Z,c) \end{aligned}$$

否定述語を帰結項とするプログラム節を消去するため、この二つのプログラム節の前提条件を両立させてはならない。よって次式が得られる。

$$\neg(A(c) \wedge \neg AB_1(c) \wedge A(Y) \wedge \neg A(b) \wedge B(Y,b) \wedge \neg AB_2(b))$$

この式に対し、正リテラルの内優先順位の最も低い述語 (例の場合 AB_1 となる) を帰結項とし、残ったリテラルを前提条件とし、次式が生成される。

$$\begin{aligned} &A(c) \wedge \neg A(b) \wedge AB(Y) \wedge \neg AB_2(b) \supset AB_1(c) \\ &A(Y) \wedge B(Y,b) \supset AB(Y) \end{aligned}$$

2. コンパイルされたプログラム C と極小限定 *CIRCUM* とは次の関係を持つ。

$$CIR(A;P;Z) \models \begin{cases} p(c) & C \models p(c) \\ \neg p(c) & C \not\models p(c)、p \in P \\ \text{判定で} & C \not\models p(c)、p \in Z \\ \text{きない} & \end{cases}$$

我々の提案した条件プログラムの場合、プログラムに出現するあらゆる述語記号に順序がつけられるので、Z に属する自由に変化させる述語記号はない。よって判定できないものは存在しない。

6 おわりに

この報告で示した例外極小化モデルは、従来に議論した非単調論理の基本的性質、例えば例外の極小化、最短パス、モデルの優先順位関係などをもつので、非単調論理の宣言的意味論に共通の基盤を与えることが期待できる。我々は本報告では関数なしの一階述語論理におけるプログラムについて例外極小化モデルを述べたが、関数を考慮する場合、局所層状プログラムに基づいて分析する必要がある。これらの問題は今後の研究課題となる。

参考文献

[Gelfond 88] Gelfond,M. and Lifschitz,V. : Compiling Circumscriptive Theories into Logic Programs:Preliminary Report, AAAI-88,pp455-459

[Przymusinski 88a] Przymusinski,C. : On the Declarative Semantics of Deductive Databases and Logic Programs, Minker,J. "Foundations of Deductive Databases and Logic Programming",chapter 5,pp193-216

[Przymusinski 88b] Przymusinski,C. : On the Relationship Between Logic Programming and Non-monotonic Reasoning, AAAI-88,pp444-448

[董 89b] 董 中川：完全モデル意味論に基づく否定の宣言的意味論, *The Logic Programming Conference'89*