7L-6

ある格子結合型並列計算機における数値計算への応用

松岡　建城　　木村　伸行　　岩根　雅彦
(九州工業大学　工学部電気工学科)

1.はじめに.　並列計算機において構成要素である処理装置間および記憶装置との接続によってその並列計算機の適応分野にある程度の制限を受けており，格子結合型並列計算機は画像処理や数値計算等に適している．そこで，格子結合型並列計算機の適応分野に必要な処理機能を明確し，その有効性を検証するための並列計算機と一適応分野である行列計算，微分方程式の求解について述べる.

2.格子結合型並列計算機構成.　本システムはホスト計算機(HC)と最大255 台の処理装置(PE)で構成され，各処理装置は物理的に格子状に接続されたマルチマイクロプロセッサシステムで，その構成を図1 に示す．HC，PEは各々私用記憶(LM)を有し，またHCとPEからアクセスできる共有記憶(SM)を持っている．HCからはSMの全アドレスにアクセスできるが，各PEからはSMの互いに異なった記憶空間しかアクセスできない．HCとPEは放送バスで接続されており，HCからPEにマクロ命令を放送することにより処理を実行する.

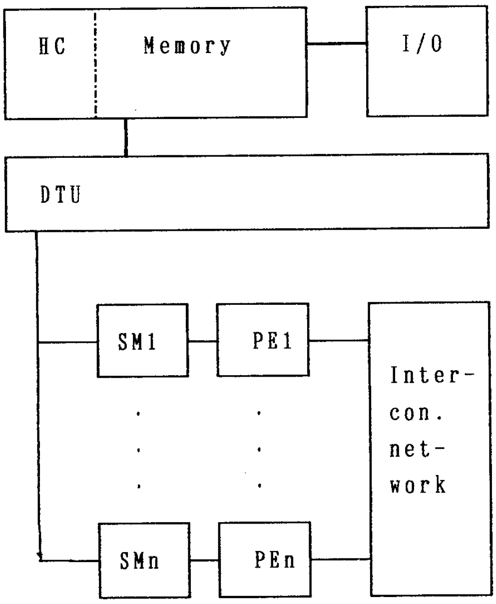

図1.システム構成

Numerical Calculation on A Mesh Network Parallel Computer
Tateki Matsuoka, Nobuyuki Kimura, Masahiko Iwane
Kyushu Institute of Technology

HCとPEのあいだのデータ転送およびPE間のデータ転送はHCからデータ転送装置(DTU) にマクロ命令を与えることによって実行される．またPEにマクロ命令を放送することによって格子結合を通してデータを転送することが出来る.

3.マクロ命令.　マクロ命令はHCから各PEやDTU に放送バスを通して送付され，PE並びにDTUはそれを解釈実行する．マクロ命令は種々の応用で共通に使用される処理をまとめたものであり，DTU 用マクロ命令とPE用マクロ命令がある．PE用マクロ命令はPEにあらかじめ用意されている基本マクロ命令と実行の直前にHCからPEにロードされる特殊マクロ命令がある．主なマクロ命令の一覧を表1に示す.

表1.　マクロ命令

PE	① Vector Addtion
	② Vector Substraction
	③ Scalar Product
	④ Inner Product
	⑤ Product of Matrix
	⑥ Move data of all PE
	⑦ Move data of Specified PE
	⑧ Load Special Macro
	⑨ Execute Special Macro
DTU	⑩ Transfer data
	⑪ Exchange data

①から⑤のマクロ命令はベクトルと行列計算に関するマクロ命令，⑥⑦は格子接続を介して隣接のPEにデータを転送するマクロ命令，⑧⑨は利用者が記述したPEプログラムを特定あるいはすべてのPEにロードして実行するマクロ命令，⑩はHCからPEあるいはPEからHCまたはPEへデータを転送するマクロ命令，⑪はPE間でデータの交換を行なうマクロ命令である．図2 にPEへのデータの分配例を示す.

マクロ命令を用いた一般的な処理手順は①HCからDTU にマクロ命令を送りデータをPEのSMに分配し，②HCは各PEにマクロ命令を送る．PEはマクロ命令を解釈し必要な処理を行ない，終了信号をHCに送りマクロ命令待になる．HCはマクロ命令送付後はPE_0 として動作する.

③HCはすべてのPEから終了信号を受け取ると次のマクロ命令をPEに送る. ④送るマクロ命令がないならばHCはDTU にマクロ命令を送付しデータを回収する.

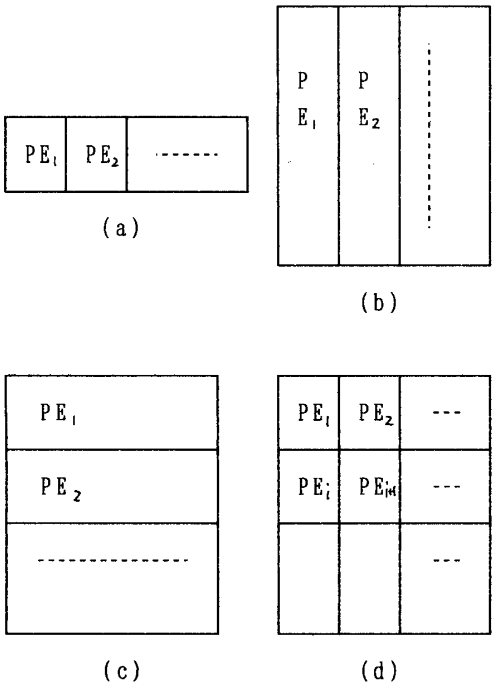

図2.データ分配

4.行列計算への応用.

①行列積の計算. $C=A\times B$ $c_{ij}=\Sigma\ a_{ik}\times b_{kj}$

大きな行列の場合各PEに行列全体を格納できないので小さな部分に分割する必要がある. 行列Aをデータ分配(c), 行列Bをデータ分配(b)でPEに分配し, 計算結果はデータ分配(d)となる. 手順は図3 となる.

```
Transfer A
Transfer B
Product of matrix
Transfer C
```

図3. 行列積

②逆行列の計算 A^{-1}

消去法による逆行列A^{-1}の算出は, もとのn×n行列Aの右に単位行列をつけ加えた拡大行列Xに対して, 左から基本行列Bi(i=1,n)をかけて拡大行列中の行列Aの部分を単位行列に変形することによって拡大行列中の単位行列をつけ加えた部分に逆行列が求まる.

$$Bi=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & & \cdots & \cdot \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{ij} & & \cdots & b_{in} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & & \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

$$bij= \quad 1/a_{ii}' \qquad (i=j)$$
$$\qquad -a_{ji}'/aii' \quad (i\neq j)$$

a’は変形によって更新された拡大行列要素.

マクロ命令による手順は図4となる.

```
for i=1 to n do
  begin transfer Bi :データ配列C
        transfer X :データ配列B
        product of BixX
        transfer     、
  end
```

図4.逆行列の計算

5.偏微分方程式への応用. 工学問題でしばしば現われる偏微分方程式にはラプラス方程式, ポアソン方程式, 熱伝導方程式, 波動方程式等がある. これらは時間とともに空間をどの様に移動するかあるいは定常状態でどのようになっているかを明らかにする. このような問題において, 空間を分割した１つの部分空間（平面）に1つのPEを対応させてやることによって容易にとくことができる. ２次元ラプラス方程式の解法について示す.

$$\partial^2 f/\partial x^2+\partial^2 f/\partial y^2=0$$

差分の形に変形すると次式となる.

$$f(x_i,y_j)=\{f(x_{i+1},y_j)+f(x_{i-1},y_j)+f(x_i,y_{j+1})+f(x_i,y_{j-1})\}/4$$

$$x_{i+1}=x_i+h,\quad y_{j+1}=y_j+h$$

xy平面を格子状に分割し, 求める領域の境界上の点のf(x,y)の値を最初に与えて上式をすべての点について繰り返し収束するまで行なう.

マクロ命令による手順を図5に示す.

```
Transfer Data to PE
Load  Init
Execute  Init
Load  Laplace
while not convergence do
  begin
    Exchange Data
    Execute Laplace
  end
end
Transfer Data to HC
```

図5. ラプラス方程式

6.むすび. HCとPE間のデータ転送を効率的に行なうDTUと応用で多く使用される手順をマクロ命令として持った格子結合型並列計算機の構成と行列計算, 偏微分方程式の求解法について述べた. 現在本計算機を開発中であり, 今後マクロ命令の充実が必要である.

参考文献.
R.Hartenstein et al.:A flexible Archtecture for Image Processing,1987