無向枝と有向枝の混在するグラフの描画法について

3L-9

三末 和男
富士通株式会社・国際情報社会科学研究所

1 はじめに

無向枝と有向枝の混在するグラフの描画法について述べる. 本方法は節点に番号付けを行ない, その番号に従って無向枝の向きを形式的に定め, 有向グラフの階層的描画法を用いて描くものである. 無向グラフを対象に考え方の概略を示し, 番号付けの方法について考察を行なう. そして, 無向枝と有向枝が混在する場合に有向枝に矛盾しない番号付けの方法を示す.

これは図的思考展開過程の計算機支援を目指して行なっている複合グラフの認知的基準による自動描画法 [1] [2] [3] [4] [5] [6] の一部となり, これまでに描画対象としてきた包含枝と有向隣接枝から構成される複合グラフを, 無向隣接枝も含むよう拡張する. 本来の目的である無向枝と有向枝の混在する複合グラフの描画例も最後に示す.

2 無向グラフの有向化

有向グラフを次のように定義する:

$$
\begin{array}{lcl}
D = (V, E, \partial^+, \partial^-) & & \\
V & : & \text{節点集合} \\
E & : & \text{枝集合} \\
\partial^+, \partial^- & : & E \to V \ (E \text{ の結合関数}).
\end{array}
$$

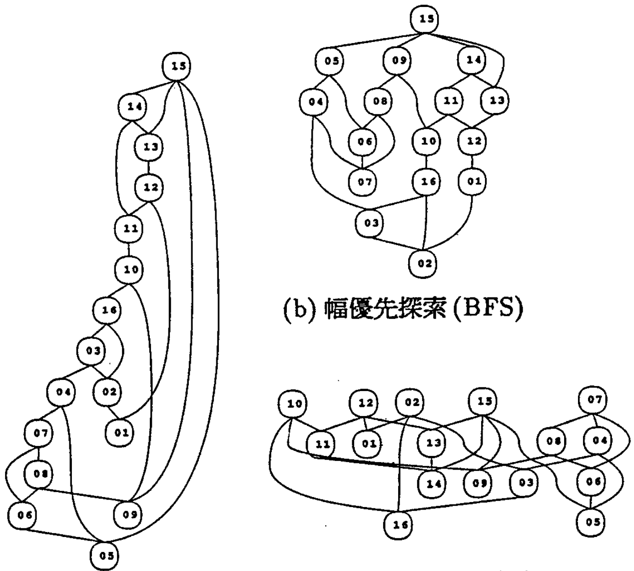
$\partial^+(e)$, $\partial^-(e)$ はそれぞれ枝 e の始点と終点である.

無向枝は互いに逆向きの 2 本の有向枝で表現する. したがって, 有向グラフと同様に $G = (V, F, \partial^+, \partial^-)$ のように表される. ただし, $F = E \times \{0, 1\}$ で, 任意の $e \in E$ に対して $\partial^+(<e, 0>) = \partial^-(<e, 1>)$, $\partial^-(<e, 0>) = \partial^+(<e, 1>)$ である.

無向グラフ $G = (V, F, \partial^+, \partial^-)$ の有向化は節点への番号付けで行なう. つまり, 全単射関数 $f : V \to \{1, \ldots, |V|\}$ を定め, 関数 f によりグラフ $G' = (V, F', \partial^+|F', \partial^-|F')$, ただし $F' = \{e \in F | f(\partial^+(e)) < f(\partial^-(e))\}$, を構成する. G' は無向グラフ G の各枝に向きを与えた有向グラフである. また関数 f により G' はトポロジカル・ソートされていて, G' にサイクルがないことは明白である. したがって, G' は階層グラフとして描くことが可能である.

3 番号付けの方法

無向グラフ $G = (V, E, \partial^+, \partial^-)$ に対して, 全単射関数 $f : V \to \{1, \ldots, |V|\}$ を定める方法として探索による方法が考えられる. つまり, ある $v \in V$ から探索を始めて, 探索された順に関数 f の値を $1, 2, \ldots, |V|$ とする. 関数 f は探索の始点 v と探索アルゴリズムに依存する. 3 種類のアルゴリズム: (a) 深さ優先探索 (DFS), (b) 幅優先探索 (BFS), (c) 乱数による番号付け, の各々で同一の無向グラフを描いた例を図 1に示す.



(a) 深さ優先探索 (DFS)

(b) 幅優先探索 (BFS)

(c) 乱数による番号付け

図 1: 有向化して階層的に描いた無向グラフの例

無向グラフの描画に対する認知的基準として, 図の縦横比バランス, 総線長最小化, 隣接節点の近接性, 枝の交差数最小化 [7], などを考慮すると, 上記 3 種類では (b)BFS によるものが優れていると考えられる.

4 有向枝と混在する無向枝の有向化

階層グラフとしての描画を前提としているので, 無向枝と有向枝の混在するグラフの無向枝を有向化する場合, 無向枝がすでに存在する有向枝と共にサイクルを形成しないよう向きを与える必要がある. つまり, 節点への番

On a drawing of graphs which have directed edges and undirected edges
Kazuo MISUE
International Institute for Advanced Study of Social Information Science, FUJITSU LIMITED.

号付けが有向グラフの向きに矛盾してはならない. したがって, まず有向グラフだけで部分グラフを構成しトポロジカル・ソートで番号付けを行ない, BFS のキューに節点を番号順に入れる. 次に無向枝だけで部分グラフを構成し, キューに従って探索を開始し, 番号付けを行なう.

実際には, 有向枝が構成するサイクルの処理なども必要になる. 手続きの概要を下に示す.

(1) 連結成分に分割し, 各成分ごとに続く処理を行なう.
(2) 有向枝だけで部分グラフを構成する.
　(2.1) 帰還枝を逆向きにしてサイクルを除去する.
　(2.2) トポロジカル・ソートで番号付けを行なう.
　(2.3) BFS のキューに節点を番号順に入れる.
(3) 無向枝だけで部分グラフを構成する.
　(3.1) キューが空なら適当な節点をキューに入れる.
　(3.2) キューに従って BFS で番号付けを行なう.
(4) 両端の節点の番号に従って無向枝に向きを与える.

5　複合グラフへの応用

本手法は, 図的思考展開過程の計算機支援を目指して行なっている包含枝と隣接枝をもつ複合グラフの自動描画において, 描画対象を隣接枝が全て有向である複合グラフから, 無向隣接枝も含むものへ拡張するためのものである.

包含関係と無向隣接関係, 有向隣接関係から構成される KJ 図解 [7] を図 2に, 同形な複合グラフを本手法で描いた例を図 3に示す. 実線が有向枝を, 破線が無向枝を表す. カードや領域間の 2 項関係を与えるだけでこのような図を自動的に得られることは大変有益である.

6　まとめ

無向枝と有向枝の混在するグラフの描画法について述べた. 本方法により, 複合グラフの自動描画法において, 描画対象が無向隣接枝も含む複合グラフへと拡張された.

今後の課題としては,

- 探索アルゴリズムとそれによって有向化されたグラフの性質の分析
- 無向枝の部分をより無向らしく見せるための認知的側面からの検討

などがある.

参考文献

[1] 三末, 杉山： 複合階層グラフとその描画法について, 情報処理学会第 36 回全国大会, 5Z-5(1988).

[2] 三末, 杉山：カード・システムを抽象化した複合グラフとその階層的描画法について, 情報処理学会グラフィクスと CAD 研究会, CG-32(1988).

[3] 三末, 杉山：複合階層グラフ自動描画における手描き様曲線の利用について, 情報処理学会第 37 回全国大会, 4H-7(1988).

[4] 三末, 杉山： 複合グラフの階層化について, 情報処理学会第 38 回全国大会, 5B-7(1989).

[5] Sugiyama, K. and Misue, K.: *Visualizing Structural Information : Hierarchical Drawing of a Compound Digraph,* Research Report 86, IIAS-SIS, FUJITSU LIMITED(1989).

[6] 杉山, 三末：認知的基準による領域網図系の階層的描画法, 第 4 回ヒューマン・インタフェース・シンポジウム論文集, pp.13-18(1988).

[7] 杉山：図的思考展開支援に関する基礎的研究 — 発想系情報学の構築にむけて —, 国際情報社会科学研究所報告第 24 号, 第 25 号, 富士通株式会社 (1988).

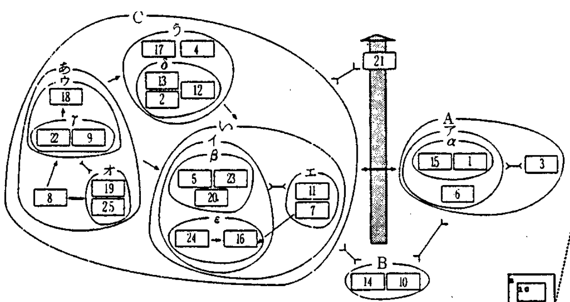


図 2: KJ 図解の例

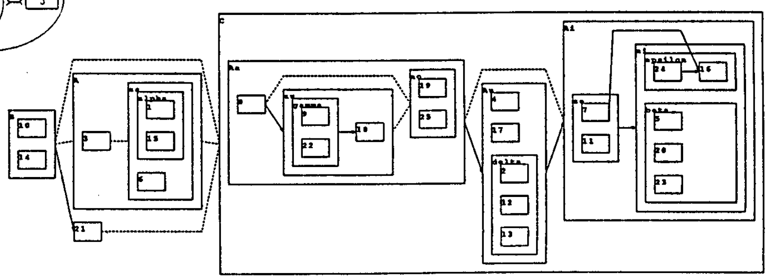


図 3: 本手法による複合グラフの描画例