1H-3

Interpolation間隔を最適化した Short Time DFT Hilbert変換

石川 茂　　林 幸道　　岸 政七

愛知工業大学　　情報通信工学科

1．はじめに

Short Time DFT Hilbert変換（ST－DFT Hilbert変換）[1] にInterpolationを適用する事により処理量を削減できる事は既に報告されている[2]。これらの報告によれば、Interpolationして処理量を削減すればする程処理歪みが大きくなる関係が存在する。この処理量と処理歪みの関係において、許容誤差における最小処理量という考え方を導入すればInterpolation間隔の最適化が達成できる事を明らかにした。

2．Short Time DFT Hilbert変換

ST－DFT Hilbert変換及び Short Time 逆DFT（ST－IFT）は、それぞれ次の様に示される。

ST－DFT：

$$\mathfrak{Z}_k(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty} x(r)\,h(n-r)\,\hat{W}_N^{-rk} \qquad (1)$$

ST－IFT：

$$y(n)=(2/N)\sum_{k=1}^{N/2-1}\mathrm{Real}\,\{\mathfrak{Z}_k(n)\,W_N^{nk}\}, \qquad (2)$$

$$W_N^{nk}=\exp(j2\pi nk/N)$$

ここに、$\mathfrak{Z}_k(n)$は時刻nにおけるインデックスkの瞬時スペクトラムの周波数成分、x(n)は入力信号、h(n)はウィンド関数であり例えばNyquist関数、$\hat{W}_N^{-rk}$はHilbert演算子、y(n)はHilbert変換された出力信号である。

3．Interpolation

R時刻毎の瞬時スペクトラム成分$\mathfrak{Z}_k(n)$をInterpolationに用い毎時刻の瞬時スペクトラム成分$\mathfrak{Z}_k(n)$を推定する事により処理量を軽減した。このInterpolationによって求められる毎時刻の瞬時スペクトラム成分$\tilde{\mathfrak{Z}}_k(n)$は、次の様に示される。

$$\tilde{\mathfrak{Z}}_k(n)=\sum_{r=L^-}^{L^+} f(n-rR)\,D_k(r), \qquad (3)$$

$$D_k(r)=\mathfrak{Z}_k(rR)$$

$$L^+=[n/R]+Q/2,\quad L^-=[n/R]-Q/2+1$$

ただし、[n/R]は実数n/Rを越えない最大の整数.

f(n-rR)は、Interpolation関数であり例えば次に挙げるLagrange関数である。

$$f(n-rR)=\frac{(-1)^{r-[n/R]+Q/2}}{(Q/2-1+[n/R])!\,(Q/2-r+[n/R])!\,(n/R-r)}\prod_{i=1}^{Q}(n/R-[n/R]+Q/2-i) \qquad (4)$$

Q：Lagrange Filterのフレーム数.

R：Interpolation間隔.

これらの式(1)、(3)、(4)によって推定された毎時刻の瞬

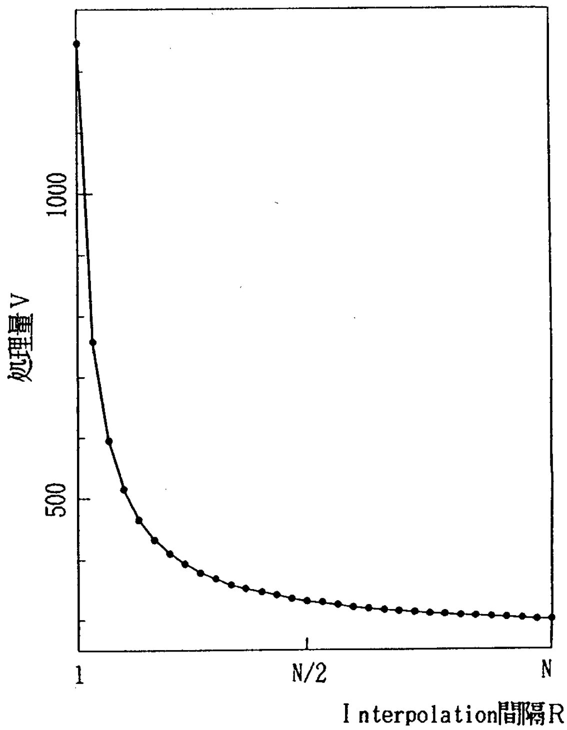

図1．Interpolation間隔Rと処理量の関係

An Optimization of the Interpolation Duration in the Short Time DFT Hilbert Transformers

Shigeru ISHIKAWA, Yukimichi HAYASHI, Masahichi KISHI

Department of Information of Network Engineering, Aich Institute of Technology

時スペクトラム成分$\mathfrak{Y}_k(n)$を式(2)の$\mathfrak{y}_k(n)$に代入する事で出力信号$\mathfrak{Y}(n)$を得る。

3.1 処理量

ST－DFT Hilbert変換においてInterpolationを用いた場合の処理量Vは、次式で表される。

$$V = \{mN+2N(N/2-1)+2Q(N/2-1)(R-1)+2(N/2-1)R\} /R$$

ただし、処理量Vの単位は、積和回数とする。

3.2 Dip量

今、単位サンプル応答の周波数応答において、マルチチャネルフィルタのフリンジ周波数近傍で生じる落ち込み量をDip量と定義する。このDip量を単位サンプル応答における処理歪みとする。ただし、Interpolation間隔RにおいてDip量は単位サンプルの位置により周期関数となるため間隔R内の平均値を代表値とする。

4．Interpolation間隔の最適化

図1，2から知れるように、間隔Rに対し処理量が単調減少、Dip量が単調増加の傾向を示す。Dip量すなわち処理歪みを許容値以下に抑え処理量を最小に出来るならば、そのRの値が最適Interpolation間隔を表す。この意味から、処理量と処理歪みDip量の積を評価量とし、積が最小となるRを求めてゆく。

5．最適Interpolation間隔R_{OPT}

最適化R_{OPT}を求めるに際し具体的にST－DFT Hilbert変換の単位サンプル応答をシミュレーションから求めた。シミュレーションにおいて、Decimation Filterのフレーム数mとInterpolation Filterのフレーム数Qを共に8、フレーム内サンプル数Nを32とした。

図1は、Rを1～Nまで変化させた時の処理量Vを示す。R＝1付近で急激に処理量が増大し、R＝Nすなわち最小処理量の約4.1倍の処理量になる。図2は、Rを1～Nまで変化させた時のDip量を示す。処理量とは逆に単調増加傾向を示しており、特にR＞N／2の領域でのDip量の増加は著しい。図3は、Rと評価量H（処理量＊Dip量）の関係を示す。評価量Hが最小となるR＝0.344Nが最適Interpolation間隔R_{OPT}を意味する。この最適間隔R＝R_{OPT}において処理量は358.72（R＝1に比べ71%削減）、Dip量は0.310 dB（R＝Nに比べ改善量は14.135dB）となり、処理量を抑えつつDip量を少なくできる事を示した。

文献 [1] M.Kishi. "A Proposal of Short Time DFT Hilbert Transformers and Its Configuration",Trans. IEICE, vol.E71,No.5,May 1988,pp446-468.
[2] 岸，石川，昭和63年度電気関係学会東海支部連合大会 No.413

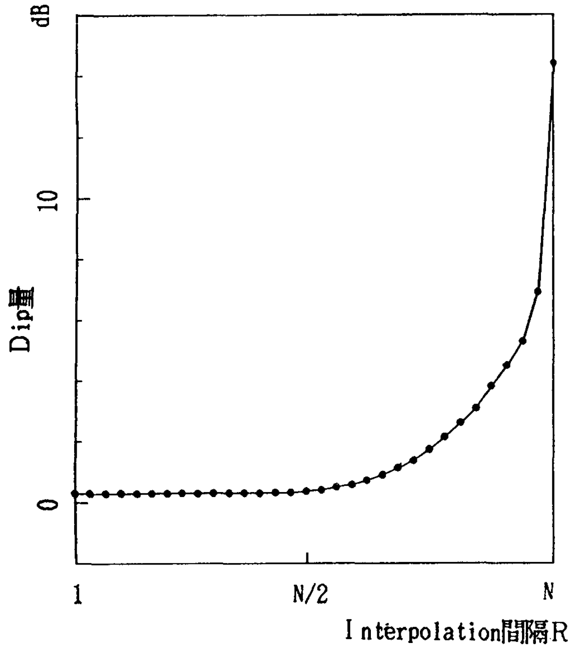

図2．Interpolation間隔RとDip量の関係

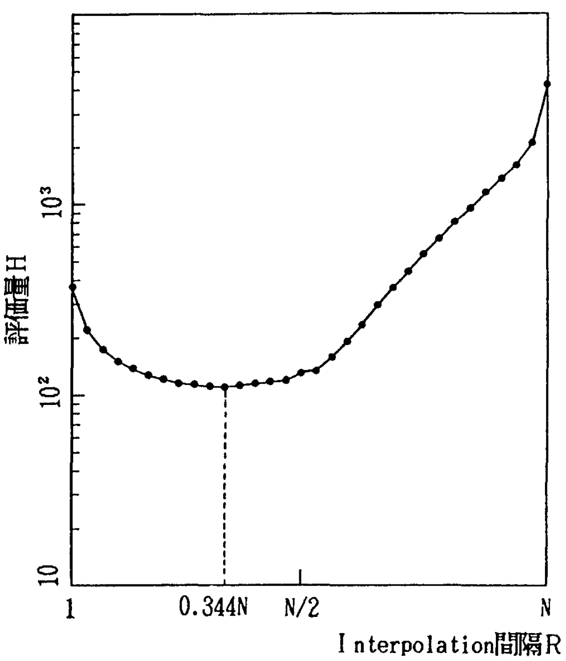

図3．Interpolation間隔Rと評価量Hとの関係