

素子微係数に連続性を付与した Decimation Filterの最適化

1H-2

岸 政 七 水 野 勝 教

愛 知 工 業 大 学 情 報 通 信 工 学 科

1. まえがき

Short Time DFT Hilbert変換 (ST-DFT Hilbert変換) においてDecimation Filter は、瞬時スペクトラム解析に、重要な役割を演じる⁽¹⁾。最急降下法を用いたDecimation Filter の最適化は既に報告した所である⁽²⁾。最適化において、無限長Nyquist ウィンド関数の有するパラメータ条件を制約とし、通過帯域リップルを最小化するフィルタを求めた。

ここでは、先の報告で用いた方法とは異なり最急降下法の勾配ベクトルにスムージング関数を導入し、素子微係数に連続性を与えるという制約条件を新たに設けた。この制約の下で、通過帯域振幅特性が等リップルとなるという、チェビシェフの意味での最適化を行ったので報告する。

2. Short Time DFT Hilbert変換

ST-DFT Hilbert変換は次式で与えられる。

$$\hat{\phi}(n) = [\hat{\phi}_0(n) \hat{\phi}_1(n) \cdots \hat{\phi}_{N-1}(n)]^T \quad (1)$$

$$\hat{\phi}_k(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x(r) h(n-r) \hat{W}_N^{-rk} \quad (2)$$

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\phi}_k(n) W_N^{kn}, \quad W_N^{kn} = \exp \{j(2\pi kn/N)\} \quad (3)$$

ただし、 $\hat{\phi}_k(n)$ は時刻 n における瞬時スペクトラム $\hat{\phi}(n)$ のインデックス k の周波数成分、 $x(*)$ は入力信号、 $h(*)$ はウィンド関数、 \hat{W}_N^{-rk} はHilbert変換演算子、 $y(n)$ は時刻 n における出力信号である。

式2において、入力信号 $x(r)$ と畳み込みを行うウィンド関数 $h(n)$ は、Decimation Filter として機能するため、瞬時スペクトラム解析に重要な役割を司る。

3. フィルタの最適化

ST-DFT Hilbert変換において式3によって得ら

れる出力信号が存在するためには、ウィンド関数 $h(n)$ は次式の制約を満たさなければならない。

$$h(qN) = \begin{cases} 1, & \text{if } q \text{ is zero.} \\ 0, & \text{if } q \text{ is non-zero integer.} \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 N はフレーム内サンプル数である。

式4の制約の下で、Proto-typeの Decimation FilterであるTruncated Nyquist 関数を初期値として、最急降下法を用いて最適化を実施する。初期勾配ベクトルを図1に示す。同図から知れるように、勾配ベクトルは式4の制約を満たすために N ごとのポイントではその値を強制的に0とするため $N, 3N, 4N$ のポイントで不連続な値を有する。この結果、最適化されたフィルタはこれらのポイントで不連続となる。この様なフィルタをST-DFT Hilbert 変換に用いた場合、単位サンプル応答のパワースペクトラムは N 毎に存在する不連続性が原因となり、初期値であるTruncated Nyquist 関数を用いた場合には見られない通過帯域内全体に不要なリップルが生じる。

以上のことから、勾配ベクトルにおいて不連続なポイントが生じない様に、勾配ベクトルに式5に示すスムージング関数を導入した。これにより式4の制約を満たし、かつ、勾配ベクトルにおいて素子微係数の連続性を保証できる事になる。

$$w_p = (1 - \cos(2\pi p/N))/2 \quad (5)$$

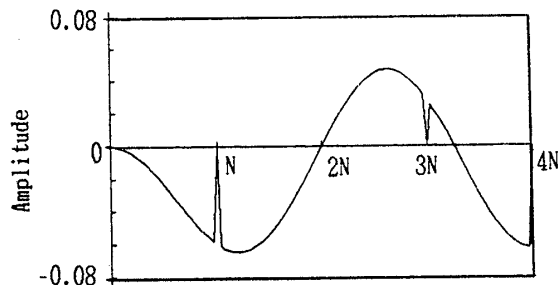


図1. Truncated Nyquist 関数の初期勾配ベクトル

A gradient method optimization of decimation filter with restrict of element cofactor differential continuities

Masahichi KISHI, Katsunori MIZUNO

Department of Information Network Engineering, Aichi Institute of Technology

図1の勾配ベクトルに式5に示す重み補正した新しい勾配ベクトルを図2に示す。パラメータの初期値は、例えばTruncated Nyquist 関数とすれば元来連続性を有している。重み補正は $p = \alpha N + N/2$ においては1, $p = \beta N$ においては0と設定してあるため最適化してゆくパラメータ群の素子微係数の連続性が保証され、不要リップルの発生が抑えられるものと考えられる。

4. 最適化例

重み補正を行い、8フレーム長のTruncated Nyquist 関数を初期値 X_0 とし、Decimation Filterの最適化を次の様に行った。

$$X_{i+1} = X_i - \delta \text{grad} X_i \quad (7)$$

$$\text{grad} X_i = w_p [J(X_i + \Delta) - J(X_i)] / \Delta \quad (8)$$

$$J(X_i) = \max |H(\Omega) - H_d(\Omega)| \quad (9)$$

ここで、 X_i は反復 $i-1$ 回目のパラメータベクトル、 $J(X_i)$ は評価関数、 $H_d(\Omega)$ は期待値、 $H(\Omega)$ は全周波数域($\omega_L \sim \omega_U$)におけるフィルタの振幅特性、 δ は歩進量、 Δ は微小変化量である。ただし、 ω_L 、 ω_U は帯域の下、上限周波数とする。

図3に最適化したフィルタの周波数特性、図4は最適化フィルタをST-DFT Hilbert変換の Decimation Filter に用いた場合の、単位サンプル応答のパワースペクトラムを示す。本方法による最適化の結果、通過帯域リップル誤差は初期値のTruncated Nyquist 関数に比較して約1/10と大いに減少しており、初期の目的である不要リップルの発生を完全に防止できたと言えよう。さらに最適化フィルタの誤差を詳細に検討するために、Hilbert 変換の単位サンプル応答のパワースペクトラムにおける帯域内最大振幅誤差を初期値であるTruncated Nyquist 関数のそれと比較して図5に示す。同図から知れる様に最適化フィルタは、ほぼ無限長のNyquist 関数に対しても、さらに小

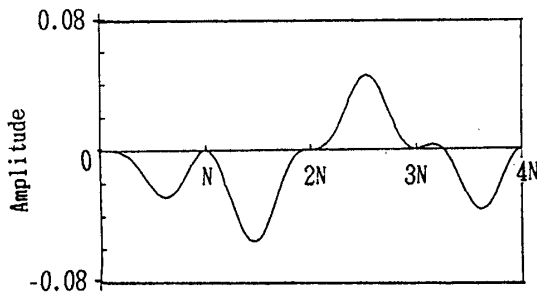


図2. 重み補正した初期勾配ベクトル

さな振幅誤差を呈する事が明らかとなった。

ここに示す最適化法は、帯域内リップルの意味において、ほぼ理想特性を有するDecimation Filter を与える事を示す事ができた。

【文献】

- [1] M.Kishi, "A proposal of short time DFT Hilbert transformers and its configuration", Trans. IEICE, E71, 5, pp.466-468 (MAY 1988).
- [2] K.Mizuno and M.Kishi, "An Optimization of the Decimation Filter Used in Short Time DFT Hilbert Transformers", Trans. IEICE, E71, 5, pp.469-471 (MAY 1988).

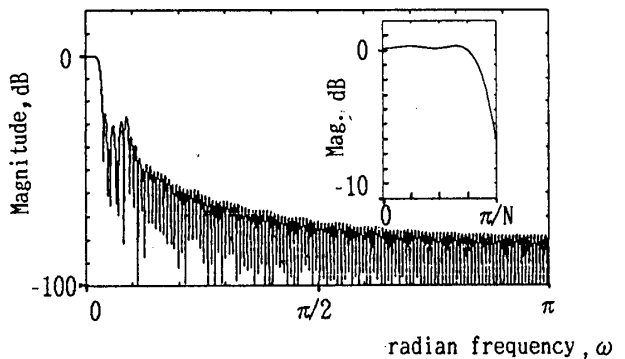


図3. 最適化フィルタの周波数特性

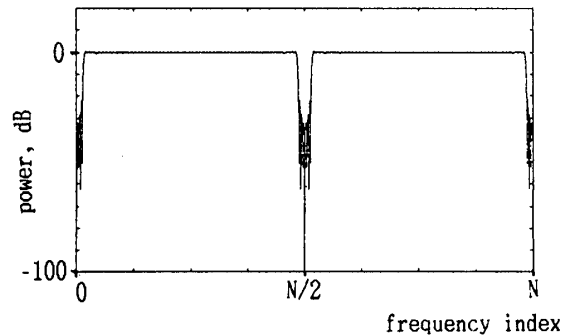


図4. 最適化フィルタを用いたHilbert変換器の単位サンプル応答のパワースペクトラム

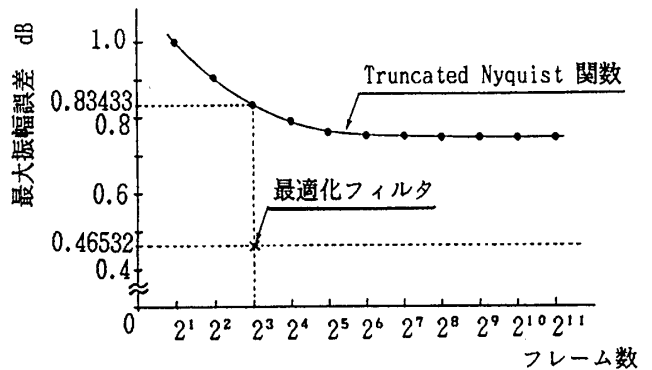


図5. Hilbert変換の帯域内最大振幅誤差特性