5K-3

図形の交差判定の一方法

黒 住 祥 祐

京都産業大学

まえがき

陰線処理やレイトレーシングでは、図形の交差判定を行うことが多い。 線分や面分の頂点座標から浮動小数点演算により交差条件を求める。 ある端点が線分や面分に近接するか一致するとき、演算誤差のため、誤った判定を行うことがある。 この解決法として、すでに (1)近接した点は同じ点とみなす、(2)十分離れた点を求め交差判定をする、(3)多倍精度で厳密な交点を求める、などの方法がある。
本文では三角形と線分の交差判定を例とし、浮動小数点演算の性質を利用した解決法を示す。

線分の交差判定

2線分a,bをp1-p2,p3-p4として、端点piの座標(xi,yi)とする。 2線分が交差する条件として、次の2つの方法がある。

座標表示

$$fa=\begin{vmatrix} x1-x3 & x2-x3 \\ y1-y3 & y2-y3 \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} x1-x4 & x2-x4 \\ y1-y4 & y2-y4 \end{vmatrix}$$

$$fb=\begin{vmatrix} x1-x3 & x1-x4 \\ y1-y3 & y1-y4 \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} x2-x3 & x2-x4 \\ y2-y3 & y2-y4 \end{vmatrix}$$

$$fa<0 \qquad fb<0 \qquad (1)$$

パラメータ表示

$$w=\begin{vmatrix} x1-x2 & x3-x4 \\ y1-y2 & y3-y4 \end{vmatrix}$$

$$ra=\begin{vmatrix} x1-x4 & x3-x4 \\ y1-y4 & y3-y4 \end{vmatrix}\Big/w$$

$$rb=\begin{vmatrix} x1-x2 & x1-x4 \\ y1-y2 & y1-y4 \end{vmatrix}\Big/w$$

$$0<ra<1 \qquad 0<rb<1 \qquad (2)$$

交差判定の問題点

図1,2のように折れ線a1,a2と線分bがある。a1,a2は点pで折れ、pかpの近傍をbが通るものとする。
図形処理としては、図1では常に交点は1個、図2では0個か1個がよい。 しかし浮動小数点演算では、図1で交点が0か2個、図2で1個の場合がある。 式(1)では、fa,fb=0か0に近いときに発生し、さらに他の式で判定する必要がある。 式(2)では、ra,rb=0,1のときに発生するが、つぎの方法で解決する。
線分a1,a2,bを平行移動とスケーリングにより[1,2)の区間に変換し、浮動小数点演算の性質を利用する。

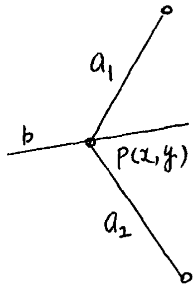

図1

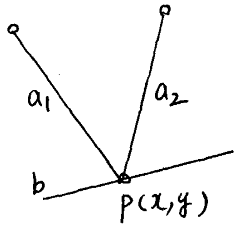

図2

浮動小数点演算の性質

浮動小数点数の基数を2、仮数部をbビットとする。 座標値は[1,2)の区間にあるから $z=xi-xj$ は0か $2^{-b}<|z|<1$ である。 yi-yjについても同様である。
$z1=(x1-x2)*(y3-y4)$, $x2=(y1-y2)*(x3-x4)$ とするとz1,z2はそれぞれ0か $2^{-2b}<|z1|,|z2|<1$ であるが、スケーリングにより一方が $2^{-2b}\sim2^{-b}$ ならば、他方は $2^{-b}\sim2$ となる。 結局、$w=z1-z2$ は0か $2^{-b}\sim2$ である。 実際に, IEEE浮動小数点仕様のプロセッサでシミュレートすると、たとえばwは0か2.23E-8~1.96のような値となる。 したがって、w=0のとき、2線分は平行でその処理をすればよく、オーバフローの判定は必要ない。
ra,rbの分子も同様で0か $2^{-b}\sim1$ となり、ra,rbは0か $2^{-b}\sim2^{b}$ となる。 このような関係から式(2)により図1,2の場合を計算すると容易に交差判定ができる。

あとがき

陰線処理では、線と面との交差問題を扱うため、上述した交差判定を多用する。 本文で述べた方法により三角形と線分の交差判定を行い簡単で高速なプログラムを開発中である。 本方法では、図形を[1,2)区間にスケーリングし誤差を一定の大きさに固定している。 つまり、固定小数点演算と類似の計算を行っていることになる。 厳密解を必要とせず、計算誤差の矛盾のみを解消するためには有用な方法であろう。

参考文献

(1)杉原ほか:" 計算誤差による暴走の心配のないソリッドモデラの提案" ,情報処理,vol.28, pp.962-973,1987.
(2) W.J.Cody et al.,"A proposed radix and work length independent standard for floating point arithmetic",IEEE Micro,pp.86-100,August,1984.

A Method for the intersection test of figures.
Yoshisuke KUROZUMI
Kyoto Sangyo University