2F-4

数理計画法の適用による仮説推論システムの高速化

伊藤史朗, 石塚満
(東京大学)

1. はじめに

仮説推論は、不完全な知識を扱うことができ、次世代知識ベースシステムの構成として有用な枠組みであると考えられている。[1] しかし現時点では、推論速度が遅いことが難点であり、実用的なシステムを実現するための一つの鍵として、推論速度の高速化があげられる。

本稿では、高速化の一つの試みとして、数理計画法による命題論理の推論法を仮説推論に適用したときの効果の検討について報告する。

2. 仮説推論システム

論理に基づく仮説推論では、知識として、対象世界で常に成り立つ知識である事実の知識の集合Fと、対象世界で常に成り立つとは限らない知識である仮説の知識の集合Hを持っている。ここで、観測事実Oが与えられたとき、

$$h \subseteq H \qquad (1)$$

$$F \cup h \vdash O \qquad (2)$$

$$F \cup h \nvdash \Box \qquad (3)$$

であるような仮説の部分集合h(以下仮説hとする。)を求めることが、仮説推論の目的である。

この仮説hを求める際の問題として幾つかの問題が指摘されているが、[2] ここでは次の二つの問題について検討した。

(a) 無矛盾性管理

公理系F∪hの無矛盾性を保持する。

(b) 仮説選択

仮説の集合Hから、適切な仮説hを選択する。

仮説推論は、基本的には仮説のgenerate&testにより推論を行なう。従って、推論の高速化を図るには、仮説の生成段階でいかに有効な仮説を生成するか、言い替えればいかに無意味な仮説の選択による探索を減らすかが鍵となる。

3. 数理計画法による論理型推論

論理型推論の高速化の可能性をもつ手法として、数理計画法の一種である整数計画法の論理型推論への応用が考えられている。[3] この手法は、論理否定を含む命題論理を扱える。以下簡単にこの手法を説明する。

はじめに、節形式の命題論理式の不等式への書き換を定義する。

① 各要素式P_jに対し数理変数x_jを対応付ける。

② 各節において、正のリテラルはX_j、負のリテラルは$(1-x_j)$に置き換え、それぞれの和を左辺とし、左辺が1以上であるという不等式を作る。

例えば、(4)式の命題論理式は、(5)式の不等式に書き換えられる。

$$P_1 \vee \neg P_2 \vee P_3 \qquad (4)$$

$$\Downarrow$$

$$x_1 + (1 - x_2) + x_3 \geq 1 \qquad (5)$$

以上の変形を、前提であるn個の要素式をもつm個の節全てに対して行ない、各不等式の左辺の定数項を右辺に移項すると、前提を、

$$A x \geq a$$
$$x_j \in \{0, 1\} \quad j=1,\cdots,n \qquad (6)$$

とm個の不等式で表すことができる。ここで、Aはm×nの行列、xはn行の列ベクトル、aはm行の列ベクトルである。

ところで、意味論的推論で結論が前提より証明されるとは、「前提の論理式全てを真とするような要素式への真理値の割当のもとで必ず結論の論理式も真である」ということである。(6)式を満足するxの値の集合は、この前提の論理式を全て真とするような要素式への真理値の割当の集合に等しくなる。従って、結論を上記のように変形した不等式が、(6)式を満足するxのもとで常に満たされるかどうかを調べることは意味論的推論を行なうことと同等である。結論に対応する不等式、

$$c x \geq c \qquad (7)$$

(cはn列の行ベクトル)

が(6)式のもとで常に満足されるかどうかは、(6)式を制約条件式として、(7)式の左辺を目的関数とした整数計画法で目的関数の最小値を求め、この最小値と(7)式の右辺の値との大小を比較することにより判断できる。すなわち、

$$\text{minimize} \quad c x$$
$$\text{subject to} \quad A x \geq a$$
$$x_j \in \{0, 1\} \quad j=1,\cdots,n \qquad (8)$$

を解き、$\min c x \geq c$のときは、結論は前提から推論できることが証明される。

An Efficient Inference for Hypothetical Reasoning System by Applying Mathematical Programming Technique

Fumiaki ITO, Mitsuru ISHIZUKA
Univ. of Tokyo

4. 仮説推論への数理計画法による推論の適用

仮説推論システムでは、推論の始めでは公理系が事実の知識集合Fだけから作られている。Fだけでは観測Oが証明できないときには、公理系に仮説の知識の集合Hの中から適当な知識を新たに加えていきながらOの証明を試み、Oを証明できる仮説hを求めるわけである。

この推論過程が数理計画法による推論法では、以下のように解釈できることに我々は注目した。

1） 公理系を満足する要素式への真理値の割当の集合は、(8)式の制約条件式を満たす可能解の集合に相当する。また、観測Oを真とする真理値の割当に相当する解は、(7)式が作る半空間に必ず存在する。

2） 事実の知識の集合Fは無矛盾であることを仮定しているので、公理系がFだけからできているときには可能解集合は空集合ではない。反対に、公理系が矛盾を生じるときには可能解集合は空集合である。

3） ある公理系で観測Oが証明できないときは、その公理系での可能解集合の部分集合で、観測Oが作る(7)式を満たさない集合が存在する。これを反例集合と呼ぶ。(8)式の最適解は反例集合が空集合でないとき、必ず反例集合の要素となる。

4） 公理系に適当な仮説hを加えることは、数理計画法においてhの作る制約条件式が加わることに相当する。新たな制約条件式を加えていき、3）の反例集合を全て排除できれば観測Oを証明できることになる。（図1）

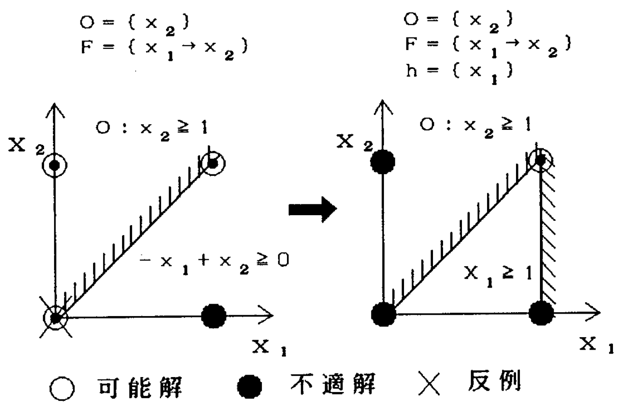

図1　仮説の追加による反例集合の排除

以上の点を考慮すると、数理計画法による推論法を用いた仮説推論とは、事実の知識集合Fの制約条件式が始めに作る可能解集合を、仮説が作る新たな制約条件式を加えることにより、(8)式の最小値が(7)式を満たすように可能解集合を絞っていくことであるといえる。

このとき、2章で述べた問題は、次のように考えることができる。

（a）無矛盾性検査

新たに仮説の知識θを加える前の公理系Γ_0は無矛盾であることを仮定できるので、対応する(6)式には空集合でない可能解集合が存在する。すなわち(6)式は充足可能である。ここでΓ_0にθを加えた新しい公理系Γ_nの無矛盾性の検査は、もとの制約条件式にθの作る制約条件式を加えた式の充足可能性を調べることにより行える。この充足可能性の判定は、新たな制約条件式を目的関数と考えると整数計画法で扱うことができる。[4]

（b）仮説選択

ある公理系で観測Oが証明されないとき、仮説hを加えてOを証明できるようにするためには、仮説hの作る制約条件式が反例集合を排除する必要があった。このとき、hの要素の中の少なくとも一つの仮説の知識θは、もとの公理系のもとでの(8)式の最小値を与える解（最適解）を排除するはずである。すなわち最適解x_0は、θの作る不等式を満足しない。したがって、新たな仮説の知識の選択にあたってはその時点での公理系のもとでの最適解を排除する仮説を選択していけばよい。この判定は、θの作る不等式に最適解を代入して評価することができ、極めて短時間でできる。

5. まとめ

数理計画法による推論法を仮説推論に適用すると、仮説選択の判断が高速にできる可能性があり、また仮説の無矛盾性検査も推論法と同じ枠組みの中で取り扱えることを示した。

今後は、仮説推論における他の問題を数理計画法の枠組みの中で考えるとともに、システムにインプリメントしていく予定である。

<参考文献>

1)石塚：　不完全な知識の操作による次世代知識ベース・システムへのアプローチ、人工知能学会誌、Vol.3, No.5, pp.552-562 (1988)

2)國藤、鶴巻、古川：　仮説選定機構の一実現法、人工知能学会誌、Vol.1, No.2, pp.228-237 (1986)

3)J.N.Hooker: A Quantitative Approach to Logical Inference, Decision Support Systems 4, pp.45-69 (1988)

4)H.P.Williams: Linear and Integer Programming Applied to the Propositional Calculus, Int.J.Systems Research and Info. Science, Vol.2, pp.81-100 (1987)