6B-4

ニューラルネットワークによる第一種Fredholm積分方程式の解法

北村新三、○浦　慶、田中克己
神戸大学

1. まえがき

観測データからシステムの内部状態を求める逆問題は第一種Fredholm積分方程式を解くことに帰着することが多い。しかし、第一種Fredholm積分方程式には解析解がないので、数値解法として差分近似の連立方程式を解くことで対処するのが普通である。1960年代に入り、Tikhonov、Phillips、Twomeyら[1~3]によって、一種の近似解の解法が確立された。これらの解法では通常測定データに誤差が入ると解が振動するため、これを滑らかにすることを目的として、Lagrange未定常数を導入している。この常数の選び方あるいは最適値については、多くの研究がされているが、最もよい方法がないのが現状である。

本研究ではニューラルネットワークを用いて第一種Fredholm積分方程式の新しい近似解法を提案する。本手法は積分方程式の性質を、実例を用いてニューラルネットワークに学習させ、ネットワークのニューロン間の結合係数に覚えさせ、そして、誤差を含んだ未学習の測定データ(ネットワークの入力)に対しても、安定な解(出力)を得るものである。

2. 理論

第一種Fredholm積分方程式は次のように表される。

$$g(y)=\int_0^\infty K(x,y)f(x)dx \qquad (1)$$

ここで、$g(y)$は測定値を表わす関数、$f(x)$は未知の関数、$K(x,y)$は積分方程式の核である。$g(y)$と$K(x,y)$は既知である。

第一種Fredholm積分方程式を数値的に解く代わりに、ニューラルネットワークに例題による学習によって、積分方程式の性質を、ネットワークの内部構造の構築をもって修得させる。

ニューラルネットワークとは、(仮想の)ニューロン(神経細胞)が結合した回路網のことで、最近、この系にパターンの学習、認識の能力があることが明らかにされつつある[4]。なお、学習の方法については、筆者らが改良したBack-propagation法と、すでに提案している学習の補完法を使用することにする[5]。

3. 多波長レーザーレーダーによるエアロゾル粒径分布の遠隔計測での具体例

ここでは、本方法の有効性を確かめるため、実際の多波長レーザーレーダーデータから大気中エアロゾル粒径分布遠隔計測の問題を用いる。これは、レーザーレーダー信号からレーザーレーダー方程式を解いた大気体積後方散乱係数βからエアロゾル粒径分布を求める問題である[5]。

$$\beta(\lambda_i)=\int_0^\infty K_B(m,2\pi r/\lambda_i)n(r)dr \qquad i=1,\ldots,l \qquad (2)$$

ここに、βは大気体積後方散乱係数、λ_iはレーザー波長、K_Bは体積後方散乱効率因子、mは大気複素屈折率、$n(r)$は粒径分布である。

図1は4つの測定値(入力)と31個の教師信号(出力)を学習させたニューラルネットワークに10%の測定誤差を含んだ200組のデータを繰り返し与え、これから求めた解の標準偏差を示したものである。この結果より最大相対誤差が約11%($r\simeq0.2$の付近)であるのに対し、両側の相対誤差は図では殆ど見られないほど小さい。これより、粒径分布関数の再現にも安定性があることがわかった。

A Solution of Fredholm Integral Equation of the First Kind by Neural Network

Shinzo KITAMURA, Pu QING and Katsumi TANAKA
Kobe University

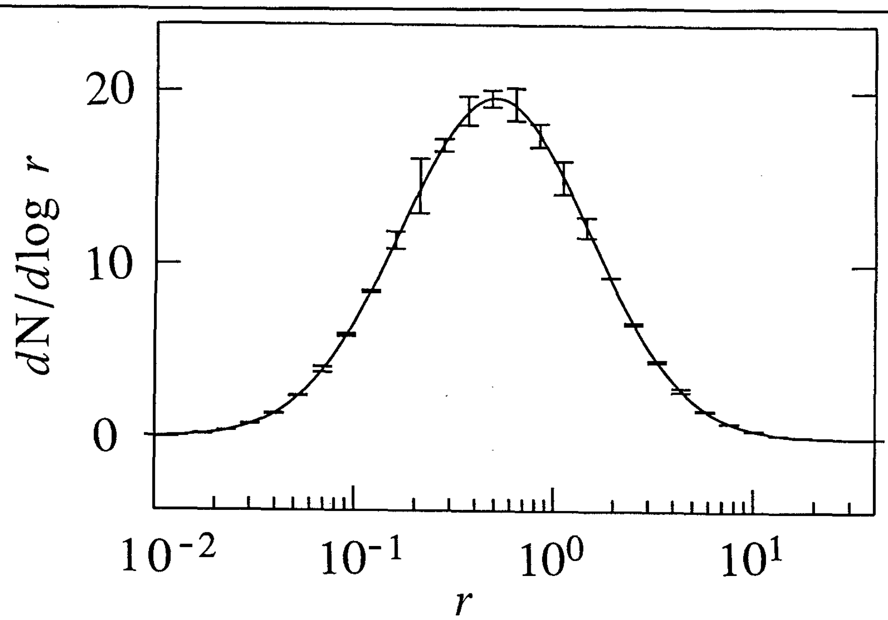

図1　ニューラルネットワークによる再現結果(10%誤差)

4. あとがき

第一種Fredholm積分方程式の近似解法として、ニューラルネットワークの学習を用いることにより、安定な解が実現可能であることを示した。本方法は従来のInversion法に比べ、次の利点がある。

1) 解としての分布関数の精度が定量的によくなり、かつ学習終了後には短時間で解が得られる。
2) 解の振動、発散を抑えるためのLagrange未定常数の選定が不必要となる。また、これに関連してInversion法で数値的に分布関数を求める際、物理的にありえない負の値を得ることがあるが、ここでは出力関数にSigmoid関数を採用することにより、出力が常に正であることが保証できる。
3) 積分方程式の核関数の計算が省略できるので、解を求める際の、核関数に含まれる変数の推定も不要となる。
4) 数値的解法では、測定データ個数と同じ個数だけの連立積分方程式しか得られないが、ニューラルネットワークの場合は、入力データ個数に関係なく、より多くの分布関数値を出力させる可能性がある。

参考文献

1. A.N.Tikhonov : Solution of Incorrectly Formulated Problems and the Reqularization Method. Dokl.Akad.Nauk,USSR,151 (1963) p.97.
2. D.L.Phillips : A Technique for the Numerical Solution of Certain Integral Equations of the First Kind . J.Ass.Comput.Mach.,9 (1962) p.84.
3. S.Twomey : On the Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the First Kind by the Inversion of the Linear System Produced by Quadrature. J. Ass. Comput. Mach.10 (1963) p.97.
4. D.E. Rumelhart, J.L. McClelland, and the PDP Research Group : Parallel Distributed Processing, Volume 1 & 2 (The MIT Press, 1988).
5. 浦　慶、北村新三:多波長レーザーレーダーによるエアロゾル粒径分布計測—逆問題のニューラルネットワークによる解法の提案—、レーザー研究(Submitted)。