

3S-9

コンピュータによるテスト編集管理システム(XIII)

滝沢武信, 山下元, 祝原進一(早大), 横井正宏(玉川大), 森岡正臣(宮城教育大)

1. まえがき

CATCシステムCARAT (Computer-Assisted Retrieval and Analysis for Test-items) の概要, IRS分析 (Item Relational Structure Analysis), ファジイ理論を応用したFRS分析 (Fuzzy Relational Structure Analysis), ファジイグラフの近似3値化法については前回までに発表した. その後, 筆者らの研究グループの津田氏らにより新しいアイテム関連性係数 (Coefficient of Item Relation) とファジイクラスター分析法が提案され, システムが拡張された. 今回はこれらについて述べる.

2. アイテム関連性係数

$X = (x_{ki})$, $x_{ki} \in \{1, 0\}$ を n 行 m 列の行列とする. また,

$$\begin{aligned} n(Q_i) &\equiv \sum_{k=1}^n x_{ki}, \quad n(\bar{Q}_i) \equiv n - n(Q_i), \\ n(Q_i, Q_j) &\equiv \sum_{k=1}^n x_{ki} x_{kj} \\ n(Q_i, \bar{Q}_j) &\equiv \sum_{k=1}^n x_{ki} (1 - x_{kj}) \\ n(\bar{Q}_i, Q_j) &\equiv \sum_{k=1}^n (1 - x_{ki}) x_{kj} \\ n(\bar{Q}_i, \bar{Q}_j) &\equiv \sum_{k=1}^n (1 - x_{ki}) (1 - x_{kj}) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (1)$$

とする.

2.1. 竹谷の係数と祝原の係数

$$r_{ij}^* \equiv \begin{cases} 1 & : n(\bar{Q}_i)n(Q_j) = 0 \text{ のとき} \\ 1 - (n \cdot n(\bar{Q}_i, Q_j)) / (n(\bar{Q}_i)n(Q_j)) & : n(\bar{Q}_i)n(Q_j) \neq 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (2)$$

を竹谷の係数という.

$$f_{ij}(\lambda) \equiv \begin{cases} 1 & : n(\bar{Q}_i)n(Q_j) = 0 \text{ のとき} \\ \lambda \cdot n(Q_i, Q_j) / n(Q_j) & \\ + (1 - \lambda) n(\bar{Q}_i, \bar{Q}_j) / n(\bar{Q}_i) & \\ & : n(\bar{Q}_i)n(Q_j) \neq 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (3)$$

を祝原の係数という.

2.2. 津田の係数

$$t_{ij} \equiv \begin{cases} 1 & : n(Q_i, \bar{Q}_j) = n \text{ のとき} \\ (n(Q_i, Q_j) + n(\bar{Q}_i, \bar{Q}_j)) / (n(\bar{Q}_i) + n(Q_j)) & : n(Q_i, \bar{Q}_j) \neq n \text{ のとき} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (4)$$

を津田の係数という.

津田の係数は祝原の係数における λ を各ペア (i, j) ごとに変化させるものである. したがって祝原の係数の場合と同様に次の性質(5), (6)が成り立つ.

$$\begin{aligned} 0 \leq t_{ij} \leq 1 & \quad \dots \dots \dots (5) \\ n(Q_i, Q_j) + n(\bar{Q}_i, \bar{Q}_j) \neq 0 \text{ ならば} \\ n(Q_i) > n(Q_j) &\Leftrightarrow t_{ij} > t_{ji} \quad \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

3. 類似係数とクラスター分析

$$s_{ij} \equiv (n(Q_i, Q_j) + n(\bar{Q}_i, \bar{Q}_j)) / n \quad \dots \dots \dots (7)$$

を類似係数という.

類似係数は(8), (9), (10)をみたとす.

$$\begin{aligned} 0 \leq s_{ij} \leq 1 & \quad \dots \dots \dots (8) \\ s_{ii} = 1 & \quad \dots \dots \dots (9) \\ s_{ij} = s_{ji} & \quad \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

また, 類似係数 s_{ij} , 相関係数 ρ_{ij} , 津田の係数 t_{ij} に関して, 次の定理が成り立つ.

定理1. $\rho_{ij} \sim 2s_{ij} - 1 \quad \dots \dots \dots (11)$

定理2. $1/t_{ij} + 1/t_{ji} = 2/s_{ij} \quad \dots \dots \dots (12)$

定理3. $n(Q_i, Q_j) + n(\bar{Q}_i, \bar{Q}_j) \neq 0$ ならば
 $n(Q_i) > n(Q_j) \Leftrightarrow t_{ij} > s_{ij} > t_{ji} \quad \dots \dots \dots (13)$

$S = (s_{ij})$ をファジイ行列とみなすと, (9), (10)により S は反射律, 対称律をみたすことがわかる.

したがって、 S の推移的閉包を $\hat{S} = (\hat{s}_{ij})$ とすると、 \hat{S} は反射律，対称律，推移律をみたす。さらに、 \hat{S} の α -カット行列を

$$S^\alpha = (s_{ij}^\alpha), s_{ij}^\alpha = \begin{cases} 1 & (\hat{s}_{ij} \geq \alpha) \\ 0 & (\hat{s}_{ij} < \alpha) \end{cases} \quad (14)$$

とすると、 S^α で与えられる関係 R_α は同値関係となる。したがって、ファジイ商集合 \hat{S}/R_α は α 以上の

類似度を持つアイテムを一つのクラスター（同値類）に類別する。ここで、 α を変化させることにより分割樹形図（Partition Tree）が得られる。

4. システムの拡張と事例研究

現在、システムの診断部分はマイクロコンピュータ上の μ -CARAT に移植されている。したがって、今回の拡張は μ -CARAT に対して行われた。実際、 μ -CARAT システムの IRS 分析部（津田の係数および類似係数の算出）と FRS 分析部（クラスター分析）の修正，拡張が行われた。

図1を類似係数によるファジイグラフとすると、その分割樹形図は図2のとおりである。また、図3を津田の係数によるファジイグラフとすると、その近似3値グラフは図4のとおりである。

現在、高校数学，大学数学に関する事例を中心に適用事例研究が進められているが、その詳細については講演発表の際に述べる。

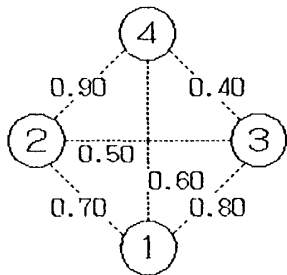


図1 類似グラフ S

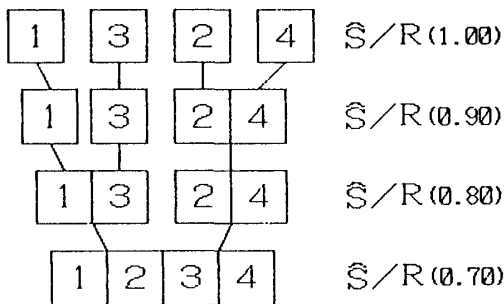


図2 分割樹形図

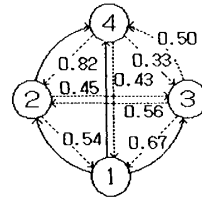


図3 関連グラフ T

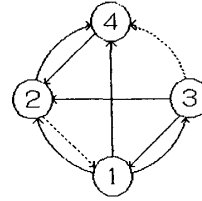


図4 近似3値グラフ

5. あとがき

本研究に関して多くの御教示を賜った早稲田大学理工学部洲之内治男教授に深謝する。また、多くの助言をいただき、合せて多くの実験をしていただいた津田栄氏（国学院高校），勝又保雄氏（目黒高校），竹谷誠氏（拓殖大学工学部），西村和子氏，山田敦子氏（川村女子短大），箭内顕彦氏，松本史郎氏（早実），木戸能史氏（育英高専），箭内美智子氏（淑徳高校），井出信正氏（日本電気ソフトウェア）に感謝する。

参考文献

- [1] 滝沢，横井，山下，木戸：コンピュータによるテスト編集管理システム(IV)，情報処理学会第21回全国大会，1980.
- [2] 滝沢，横井，山下，祝原，森岡：コンピュータによるテスト編集管理システム(V)，情報処理学会第22回全国大会，1981.
- [3] 滝沢，山下，祝原，横井，森岡：コンピュータによるテスト編集管理システム(XII)，情報処理学会第35回全国大会，1987.
- [4] 井出：工学的手法を用いた教育支援システムの研究，玉川大学修士論文，1987.
- [5] 山下，津田，勝又：ファジイ理論を応用した教材構造分析(II)，日本教育工学会第3回大会，1987.
- [6] 勝又，津田，山下：ファジイグラフの近似と応用，日本数学教育学会論会，B-7，1987.
- [7] Tsuda, Katsumata, Yamashita: Instructional Cluster Analysis Applying Fuzzy Graph, 23rd. ETIC, 1988.
- [8] 山下，滝沢：ファジイ理論を応用したCATシステム，日本数学教育学会大会，1988.