6R-3

文化伝播におけるモデル構成(4)

— 中継効果の数理的検討 —

加藤 常員[*]・小林 博昭[*]・小沢 一雅[**]・今枝 国之助[*]
[*]岡山理科大学・[**]大阪電気通信大学

1. はじめに

歴史科学全体を通じての中心的な研究テーマのひとつである文化とその伝播は、人類の営みの象徴的特徴を捉えたものと言える。本研究は、このテーマに情報科学の立場からアプローチを、試みるものである。特に考古学が対象とする文化を捉えて、モデル化、思考実験としての計算機シミュレーションを行う。すでに、筆者らは、遺跡間の距離に着目した伝播負担関数による文化の伝播路と交易路を探索するモデルを提案し、シミュレーションを行っている[4,5]。本報告では、そのモデルにおいて中心的振舞をする中継効果について数理的検討を行う。特に、効果を起こす(迂回する)領域について吟味する。以下、伝播負担関数による伝播モデルついて述べ、具体例を示し、中継効果について議論する。

2. 距離に着目した伝播モデル

ある一定基準(様相)の遺跡の集まりを想定し、遺跡間の交流のネットワークを示す。対象の遺跡間相互の距離に着目し、伝播に対する負担という観点からの伝播モデルの概略を以下に示す。なお、詳細は文献(4)に委ねる。

[1] 遺跡の緯度・経度より遺跡相互間の大圏距離xを求め、条件:

① マクロな"負担"を表現するものであること。
② 非負な実数値を値域とする、距離についての単調増加関数であること。
③ ある地点における負担の増分は、その地点までの負担に比例すること。

のもとに、距離xについての伝播負担関数

$$p = \exp(kx) \qquad (1)$$

を導入する。ここで、kは正の実数をとるパラメータである。伝播負担関数pの値は、小さいほど伝播しやすいことを示す。

[2] 伝播負担関数pの値を伝播係数と定義する。図1に示すような3つの遺跡a、b、cについてaからcへの伝播を考える。aからcへ直接伝わる場合と、aからbを経由してcへ伝わる場合とが、考えられる。a-b、a-c、b-c間の各々の距離をx_{ab}、x_{ac}、x_{bc}、伝播係数をp_{ab}、p_{ac}、p_{bc}とすると、

$$x_{ac} \leqq x_{ab} + x_{bc} \qquad (2)$$

は常に成立する。しかし、伝播係数については、

$$p_{ac} > p_{ab} + p_{bc} \qquad (3)$$

となり得ることがある。これを中継効果と名付ける。

[3] 遺跡間の伝播の路(伝播路)は、2つの遺跡と他の1つの遺跡において中継効果が成立するか、しないかを判定することにより決定できる。すべての遺跡間相互の伝播路を決定することで、伝播のネットワークは決る。また、ある産地(遺跡)と他のすべての遺跡間に対し同様の判定を行うことにより交易のネットワークを示せる。なお、中継効果の判定による路の決定問題は、ダイナミック・プログラミングなどで利用される「最適性の原理」に帰着でき、最短路問題[1,3]としてとくことが出来る。

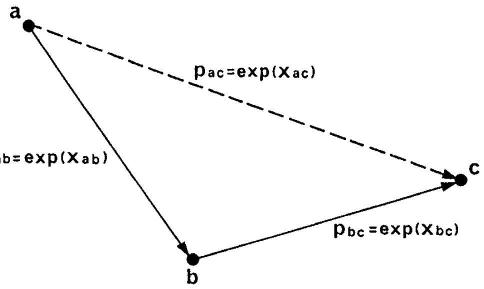

図1. 中継効果

3. 具体例

弥生時代中期・畿内社会について、以上、述べたモデルを適用した結果を図2(交易路)に示す。この結果および伝播路についての詳しい議論は、文献(4,5)に委ねる。

4. 中継効果の迂回特性

2章[2]で述べた中継効果は、ある1点から他の1点へ移動する場合に、実際の距離では直接移動が最短であるが、特別な距離(変換した距離)を基準としたとき、迂回して行く方が短距離になることがあると言う作用(迂回特性)である。この効果について、どのような範囲(領域)において作用するかを論じる。まず、次のように中継効果を再定義する。

(定義:中継効果)平面上の3点a、b、cについて、a-b、a-c、b-c間の各々の距離をx_{ab}、x_{ac}、x_{bc}とすると、

$$x_{ac} \leqq x_{ab} + x_{bc} \qquad (x_{ij} \geqq 0) \qquad (4)$$

は常に成立する。非負な実数値を値域とする下に凸

Modelling of Culture Propagation (4) — Mathematical Discussion for Junction Effext —
Tunekazu KATO[*], Hiroaki KOBAYASHI[*], Kazumasa OZAWA[**] and Kuninosuke IMAEDA[*]
[*]Okayama University of Science, [**]Osaka Electro-Communication University

な単調増加関数fを用いると、

$$f(x_{ac}) \geqq f(x_{ab}) + f(x_{bc}) \quad (5)$$

となり得ることがある。 □

以下、議論を簡単に、進めるためnをパラメータとする、

$$f(x) = x^n \quad (n > 1) \quad (6)$$

を採用し、

$$x_{ac} = x$$
$$x_{ab} = y \quad (7)$$
$$x_{bc} = my \quad (0 > m > 1)$$

とする。式(5)、(6)、(7)より

$$\frac{y}{x} \leqq (1 + m^n)^{-\frac{1}{n}} \quad (8)$$

が導かれ、右辺のnを無限大とする極限値は1である。これは、y＞xである場合、式(5)が常に不成立であることを示し、また、∠abcが60゜よりも小さいの場合も同様であることを意味する。図3に式(8)のnを2.0から10.0まで2.0間隔で変化させたときおよびn＝1,∞での領域を示す。特にn＝2.0および4.0の領域を斜線で示す。また、n＝∞のときの領域面積S_∞に対する各nについての領域面積Snの比率を表1に示す。

表1．領域面積比率

n	Sn/S∞(%)
1.0	0.00
2.0	63.94
3.0	79.98
4.0	87.29
5.0	91.21
6.0	93.56
7.0	95.08
8.0	96.12
9.0	96.85
10.0	97.40
∞	100.00

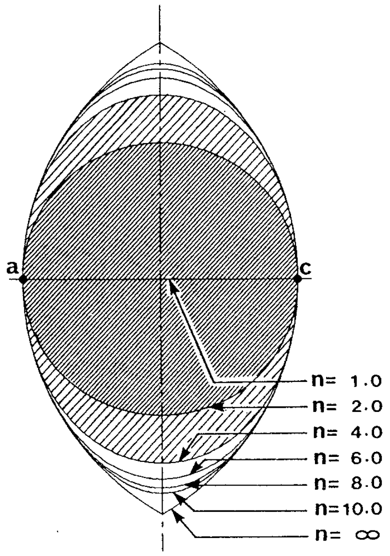

図3．迂回領域
▨：n＝2.0の迂回領域
▨：n＝4.0の迂回領域

5．中継効果の迂回特性についての考察

全章で述べた事柄より中継効果が作用する範囲はパラメータnにより定まる(図3)が、比較する各点間の距離が接近している場合、式(5)は成立し難い(表1)。ある平面上の点の集りに式(5)を逐次的に適用しネットワークを形成する（最短路問題に対するDijkstra算法[1,3]）場合、対象となる点の集りの疎密の度合いそのものより、疎密の“むら：均一性”に形成されるネットワークの形態は、依存すると考えられる。また、ある点からのすべての点に対し、逐次的に適応を繰返す場合、n＝1のときすべ直接の路となる。n＝∞の極限の状態のとき、最小木なる。これは、最小木が貪欲算法やDelaunay網から求まる[2,3]ことから示唆された。さらに、一般の非負な重み付きグラフについて、nが1および∞でない場合、ある1点から他のすべての点への最短路の木と最小木の中間的な木を形成する。

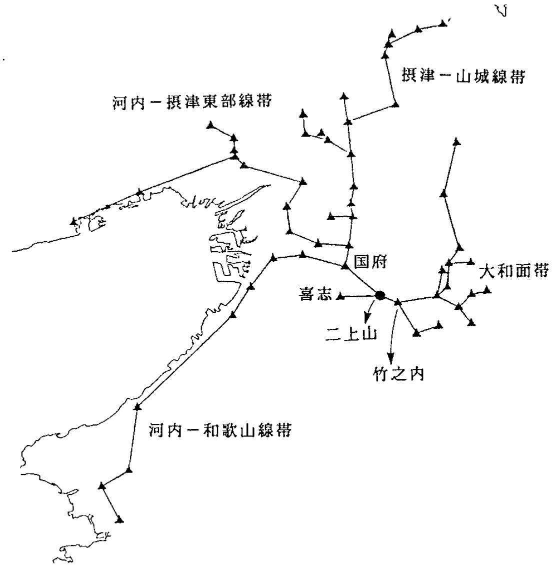

図2．弥生時代・畿内サヌカイト交易路
▲：遺跡位置
●：石器用石材（サヌカイト）産地：二上山

6．おわりに

距離に着目した伝播モデルにおいて重要な振舞をする中継効果の迂回特性について議論した。中継効果は、本稿で議論した以外にも興味ある属性を持っている。路の形成と動きは、伝播モデルの今後の展開に有用と思われる。なお、本研究の一部は、文部省科学研究費補助金(奨励研究(A) No.83790435)によった。

参考文献

(1) M.L.Fredman,R.E.Tarjan:Fibonacci Heaps and Their Uses in Improved Network Optimization Algorithms, Proceedings of the 25th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science,Singer Island,Florida, pp338-346(1984).
(2) F.P.Freparata,M.I.Shamos:Computational Geometry,p390,Spriger Verlag,New York(1985).
(3) 伊理(監)、腰塚(編):計算機科学と地理情報処理、bit別冊、p247、共立、東京(1985).
(4) 加藤、小林、小沢、今枝:伝播負担関数による文化の伝播路の抽出、情処論、Vol.29、No.4、pp418-428(1988).
(5) 加藤、小林、小沢、今枝:文化伝播におけるモデル構成(3)、情処36回大会、5J-3、pp2279-2280(1988).