

光線追跡法による等関数値曲面の画像表示

3T-4

土井章男

日本アイ・ビー・エム株式会社 東京基礎研究所

1. はじめに

等関数値曲面とは、与えられた空間上の関数 $F(x, y, z)$ に対し、 $F(x, y, z) = C$ を満たす点の集合であり、平面上の関数で定義される等高線の3次元への拡張である。このような等関数値曲面をグラフィックス表示する必要は、圧力分布、密度分布、電位分布等の空間的シミュレーション結果の表示によく見られる。

2. 格子空間を用いた光線追跡法

物体の表面が等関数値曲面である場合を例にとって説明する。この場合、光線追跡法は、各画素に対して光線と等関数値曲面との最も視点に近い交点を見つけなければならない。これは、光線の方程式 $v_x t + s$ と等関数値曲面 $F(x, y, z) = C$ から

$$F(v_x t + s_x, v_y t + s_y, v_z t + s_z) = C \quad (1)$$

を満たす最も小さいパラメータ t を求めることである。(1)式は、 t を変数とする方程式となる。このとき、(1)式が1元2次方程式の場合、その根は公式により簡単に求めることができる。しかし、5次以上になると一般に代数的な方法で解を求めることは不可能であり、数値解析の手法により求めることになる。

2. 1. 前処理

本手法は、等関数値曲面が $F(x, y, z) = C$ の形式で与えられること、その等関数値曲面の存在領域 ($X_{\min}, Y_{\min}, Z_{\min} \leq X, Y, Z \leq X_{\max}, Y_{\max}, Z_{\max}$) を利用者が与えることを前提としている。

前処理により、空間領域分割は直方体分割により行なう。直方体分割を使用した理由は、八分木構造に比べて格子空間の横断計算が少ないからである^{1), 2)}。

ここで格子点は (i, j, k) ($i=1, N_i, j=1, N_j, k=1, N_k$; N_i, N_j, N_k は、各 x, y, z 方向の格子数) で表されている。また直方体 (i, j, k) というとき、 $(i, j, k), (i+1, j, k), (i, j+1, k), (i, j, k+1), (i+1, j+1, k), (i+1, j, k+1), (i, j+1, k+1), (i+1, j+1, k+1)$ を頂点とする直方体をさす。まず、利用者が与える等関数値曲面の存在領域 ($X_{\min}, Y_{\min}, Z_{\min} \leq X, Y, Z \leq X_{\max}, Y_{\max}, Z_{\max}$) を $N_i * N_j * N_k$ 個で分割する。次に各直方体に対して

* 等関数値曲面の存在空間

* 等関数値曲面の非存在空間

の二つに分ける。この判定は、次の方法で行なう。

各格子点 (i, j, k) 上の関数値 $F(x, y, z)$ を求め、格子点を頂点とする直方体 (i, j, k) に等関数曲面が存在するか調べる。これは、直方体内の各関数値と定数 C との大小関係から決まる。つまり、直方体 (i, j, k) の8頂点に対して、 $F - C$ を計算し一つでも異符号が含まれている場合、その直方体 (i, j, k) は、等関数値曲面の存在空間とする。次に存在空間の格子領域を囲む非存在空間の格子領域を、さらに $M_i * M_j * M_k$ 個に再分割しながら、再分割後の各頂点の $F - C$ を計算する。計算された各頂点の一つでも異符号が含まれている段階で、その直方体 (i, j, k) を等関数値曲面の存在空間として登録する。再分割後の各頂点もすべて、同符号なら等関数値曲面の非存在空間とする。 $M_i * M_j * M_k$ 個に再分割して調べた格子領域は、2重に調べないようにラベルを付けておく。この処理は、存在空間の格子領域を囲む格子領域をすべて調べ終わるまで続ける。

各直方体 (i, j, k) をいくつに分割するかは、等関数値曲面の局所性にも依存するが、一般に N_i, N_j, N_k の値が大きく ($N_i, N_j, N_k > 20$)、存在領域の指定が適当な場合、直方体の8分割 ($M_i = M_j$

Display of Equi-Valued Surface using Ray-Tracing

Akio Doi

IBM Research, Tokyo Research Laboratory

$=M_k=2$)、 N_i 、 N_j 、 N_k の値が小さい場合は、27分割 ($M_i=M_j=M_k=3$) 程度で十分であった。等関数値曲面の局所性が著しい場合、 M_i 、 M_j 、 M_k の値を大きくする。

本前処理アルゴリズムは、八分木構造への展開も容易であり、単に隠面処理を施す場合には、八分木構造が有効である³⁾。

2. 2. 格子空間の横断

光線とどの直方体とが交差するかどうかは、最初の直方体と光線の傾きから増分計算のみで行なうことができる¹⁾。等関数値曲面の存在可能な直方体に対しては、直方体に含まれる光線上の点をサンプリングし、各点に対して関数値 F を計算していく。 $F-C$ の符号が変わるサンプリング間は、2分法により交点を求める。サンプリング幅は、経験上、直方体の最大幅の $1/20$ 程度以下で十分であった。

3. 本手法の評価

本手法を次の等関数値曲面(2)式に対して適用し、各分割数によりCPU時間を計測した。

$$(X^2 + Y^2 - 1)^2 + 4Z^2 + 0.5X = C \quad (2)$$

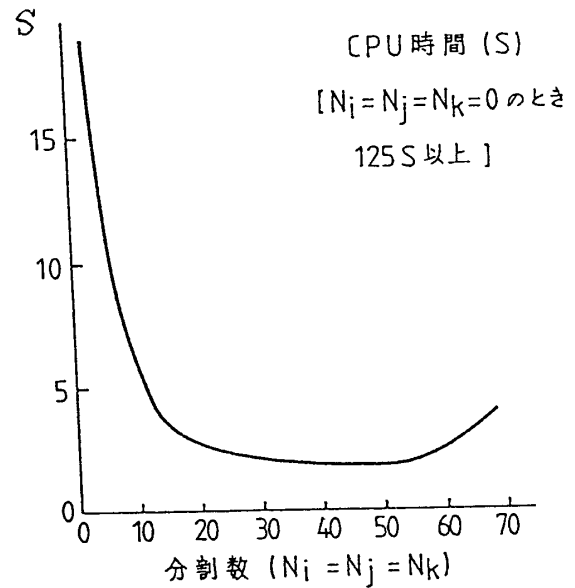
図1にその処理時間を示す。画像サイズは、 256×256 であり、分割数 (N_i 、 N_j 、 N_k) を0, 4, 8, 15, 30, 45, 60として計測した。分割数0とは、本アルゴリズムを使用せずに直接、光線追跡法を使用した場合である。図2は、本手法により生成した画像である。

4. おわりに

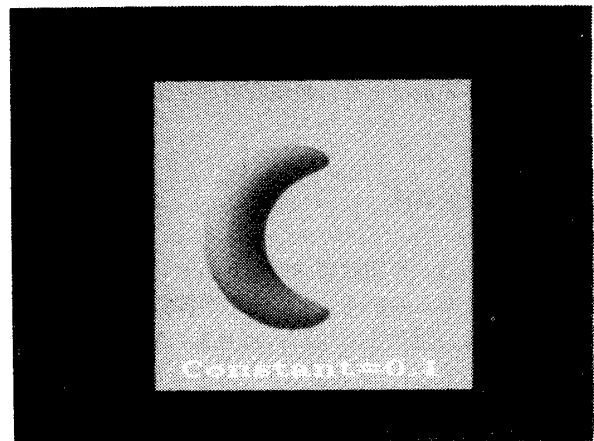
以上、光線追跡法による等関数値曲面の画像表示について説明した。比較的簡単な方法で高速な光線追跡が行なえるようになった。今後、より複雑な関数に対して、格子空間分割と八分木分割の統合的な評価を行なう予定である。

参考文献

- 1) 村上公一、他、"Voxel分割を用いた高速化レイトレーシング"情報処理学会 第32回全国大会講演論文集, p.2500, 1985.
- 2) 藤本、他、"レイトレーシングの高速化技法について" Pixel, No.37, Oct.1985.
- 3) Louis J. Doctor, etc., "Display Techniques for Octree-Encoded Objects" IEEE Computer Graphics and Applications, July 1981, pp.29-38.



第1図 処理時間



第2図 表示例