自己認識論理における拡張世界の一構成法

7J-5

森馬 純一 馬場口 登 手塚 慶一
大阪大学 工学部

1．まえがき

人間が行う推論方式の１つに不完全な知識や常識に基づいた推論がある．このような推論機構は非単調推論と呼ばれ，古典的論理で定式化することは不可能である．Moore によって提唱された自己認識論理(Autoepistemic Logic)[1][2]は非単調推論を定式化する論理の１つである．さて，自己認識論理における重要な概念として，拡張世界(extension) が挙げられる．これは古典的論理における定理集合に相当する．

本稿では，命題自己認識論理を対象とし，可能世界意味論に基づいた拡張世界の構成手続きを提案する．

2．自己認識論理の概略

自己認識論理はMcDermottらのnonmonotonic logic[3]を拡張した論理である．その特徴として，論理を理想的なエージェントの信念に基づいた推論モデルとしてとらえている点がある．自己認識論理では，古典的論理の世界に様相記号Ｌを導入し世界を拡張する．すなわち，Ｌｐを論理式として許し，Ｌには「…を信じている」という意味を与えている．

また，式の集合全体はエージェントが持っている信念すべてを表すものと考えられ，これを自己認識理論と呼ぶ．ここで理想的なエージェントがもつ自己認識理論Ｔは次の安定性の諸条件を満たす．

- Ｔは論理的帰結のもとに閉じている．
- $p \in T$ ならば $Lp \in T$ である．
- $p \notin T$ ならば $\sim Lp \in T$ である．

ここで，前提が与えられたときにエージェントが持ちうる信念の集合はどのようになるか，すなわち前提をもとにエージェントはどんな推論結果を導きうるかということが重要な問題となる．前提となる式の集合Ａが与えられたとき，理想的なエージェントが持ちうる信念の可能な集合Ｔは，次の不動点方程式として定義される．

$$T = \{\psi \mid A \cup \{Lp \mid p \in T\} \cup \{\sim Lp \mid p \notin T\} \vdash \psi\} \quad (1)$$

このようなＴをＡの安定な拡張世界という．拡張世界はＡにより複数個存在することもあり，また存在しないこともある．拡張世界は自己認識論理による推論結果に相当するものであり，それを求めることが自己認識推論そのものであるといえる．

ところが，拡張世界が不動点方程式として定義されているため，ある適当なＴを選択し，それが(１)式を満足するか否かを定める必要がある．このことは拡張世界を順次構成していく方法が存在しないということを意味し，自己認識論理の非構成性が問題点として残ってくる．

3．可能世界意味論の導入

上の問題点を解決するために，自己認識理論に有限のモデルを与えるような新しい意味論を与えることにする．そのような意味論に，様相論理におけるKripkeの可能世界意味論[4] がある．ここでは，命題自己認識論理を可能世界意味論により考察していく．

可能世界意味論とは想定されるいろんな場面に相当する複数個の可能世界をモデルとして立てるという考えである．式の集合は可能世界の集合（構造）として表現されるが，このとき可能世界間の到達関係が問題となり，それをどう定義するかによって表現される論理体系が異なる．これまでの研究[2] により，安定な自己認識理論は，ある完全なＳ５構造のどの世界においても真となる式の集合により表現できることが判明している．ここで，完全なＳ５構造とは可能世界間の到達関係が同値関係であると定義されている構造である．完全なＳ５構造Ｋは次の２つの性質を持っている．

- 各命題定数への真理値の割当はＫの各世界ｗで定められている．
- Ｌｐなる形の式の真理値はＫによって定義され，Ｋのすべての世界でｐが真となるとき，またそのときに限りＬｐは真となる．

このことから，自己認識理論Ｔに対する解釈は完全なＳ５構造Ｋおよび命題定数への真理値の割当Ｖにより定義されることがわかる．これをＴの可能世界解釈と呼び（Ｋ，Ｖ）で表す．

さて可能世界意味論上で自己認識論理を考えるとき，拡張世界に関して次の定理が成り立つ．

［定理］　Ｋを安定な自己認識理論Ｔを表す完全なＳ５構造とするとき，次の２つは同値である．

- Ｔが前提Ａの拡張世界である．
- Ａの各式が真となるどのＴの可能世界解釈（Ｋ，Ｖ）についても，Ｖの真理値の割当に一致する可能世界ｗがＫに含まれ，かつＫのどの可能世界ｗでもＡの各式が真となる．

On Constructing Autoepistemic Extension
Jun-ichi MORIUMA, Noboru BABAGUCHI, Yoshikazu TEZUKA
Osaka University

4．拡張世界構成手続き

本手続きは，前に述べた定理に基づいている．すなわち，これは，与えられた前提Aに対して，定理を満たす完全なＳ５構造を求める手続きに相当する．

以下にその手続きを記述する．

(Ⅰ)前提の集合Aに現れる全てのＬｐなる形の式をすべて取り出し，その集合を $A_L=\{Lp_1,\cdots,Lp_{n_0}\}$ とし，全ての命題定数の集合を $A_c=\{c_1,\cdots,c_{m_0}\}$ とする．

(Ⅱ) A_L に含まれる各式に対する真理値の割り当てを考える．それらは $n=2^{n_0}$ 通り存在し，$U_1,\cdots,U_n$ と表す．同様に A_c に含まれる各命題定数への真理値の割り当てを考える．それらは $m=2^{m_0}$ 通り存在し，$V_1,\cdots,V_m$ と表す．

(Ⅲ)下のような表を用意し，以下の①～③を実行する．

U＼V	V_1	V_2	‥‥	V_m	K	ラベル
U_1						
U_2						
：						
U_n						

①Aの各式に U_i ($i=1,\cdots,n$) 及び V_j ($j=1,\cdots,m$) を与える．このとき，Aの全ての式が真となるとき，表の U_i と V_j の交わる欄に“1”を書き入れ，そうでない場合は表に“0”を書き入れる．
この操作を，全ての U_i と V_j の組合せに対して行う．

②各行について，U_i と V_j の交わる欄を“1”とする V_j の集合を作り，これを各行のKの欄に書き入れる．

③ $1\leqq i\leqq n$ に対して，K_i が次の条件を満たすか否かを調べる．

(i) $K=\phi$ ではない．

(ii) $A_L=\{Lp_1,\cdots,Lp_{n_0}\}$ に含まれる各 Lp_k なる式について，

・U_i によって Lp_k に真が割り当てられているとき，Kに含まれる全てのVで p_k が真である．

・U_i によって Lp_k に偽が割り当てられているとき，Kに含まれる少なくとも１つのVで p_k が偽となる．

ただし，pがさらにＬｑなる形の式を含むとき，Ｌｑの真理値は U_i に従うものとする．

これらの条件を満たすとき，ラベルの欄に“C”(consistent) を，そうでないとき，“I”(inconsistent) を書き入れる．このようにして表の空欄を全て埋める．

(Ⅳ) K_i に“C”とラベル付けされているとき，それは安定な拡張世界を表す完全なＳ５構造となる．ただし，K_i の要素であるそれぞれの真理値の割り当てVは，Vに一致する１つの可能世界であるとする．

次に本手続きの適用例を記す．

<例１> $A=\{\sim LP\to Q,\sim LQ\to P\}$

(Ⅰ) $A_L=\{LP,LQ\}$　　$A_c=\{P,Q\}$

(Ⅱ) $U_1=\{LP,LQ\}$　　$V_1=\{P,Q\}$
$U_2=\{LP,\sim LQ\}$　　$V_2=\{P,\sim Q\}$
$U_3=\{\sim LP,LQ\}$　　$V_3=\{\sim P,Q\}$
$U_4=\{\sim LP,\sim LQ\}$　　$V_4=\{\sim P,\sim Q\}$

(Ⅲ)

U＼V	V_1	V_2	V_3	V_4	K	ラベル
U_1	1	1	1	1	$\{V_1,V_2,V_3,V_4\}$	I
U_2	1	1	0	0	$\{V_1,V_2\}$	C
U_3	1	0	1	0	$\{V_1,V_3\}$	C
U_4	1	0	0	0	$\{V_1\}$	I

(Ⅳ)拡張世界は２つ存在し，それらは，
T_1：　$K_2=\{\{P,Q\},\{P,\sim Q\}\}$
T_2：　$K_3=\{\{P,Q\},\{\sim P,Q\}\}$　と表される．

<例２> $A=\{\sim LP\to P\}$

(Ⅰ) $A_L=\{LP\}$　　$A_c=\{P\}$

(Ⅱ) $U_1=\{LP\}$　　$V_1=\{P\}$
$U_2=\{\sim LP\}$　　$V_2=\{\sim P\}$

(Ⅲ)

U＼V	V_1	V_2	K	ラベル
U_1	1	1	$\{V_1,V_2\}$	I
U_2	1	0	$\{V_1\}$	I

(Ⅳ)すべてのKは“I”とラベル付されたので，拡張世界は存在しない．

5．まとめ

本稿では，命題自己認識論理を対象に，拡張世界の具体的な構成手続きを示した．本手続きの基礎をなす概念は一階述語論理にも成り立つが，そのままの形では適用できない．なお，本手続きの停止性，および得られた結果の健全性・完全性を定理として証明したが，紙面の都合により割愛する．

《参考文献》

[1] R.C.Moore:Semantical Considerations on Non-monotonic Logic, Proc. 8th IJCAI, pp.272-279 (1983).

[2] R.C.Moore:Possible-World Semantics for Auto-epistemic Logic,AAAI Non-Monotonic Reasoning Workshop, pp.344-354 (1984).

[3] D.McDermott and J.Doyle:Non-monotonic Logic I, Artif.Intell., Vol.13, No.1/2, pp.41-72 (1980).

[4] G.E.Hughes and M.J.Cresswell:An Introduction to Modal Logic, Methuen (1968).