7J-3

エントロピー最大原理に基づく確率演繹推論

大野　和彦　　上野　順一
日本電気(株)　　C&C情報研究所

0．概要

帰納的学習のための知識表現の枠組みとして多値論理の一形式である確率論理を紹介し、その演繹推論について述べる。2値論理の演繹推論では理論が無矛盾である限り論理式Pと～Pが同時に導出されることはないが、多値論理の演繹推論では論理式Pに対して複数の推論経路が存在して複数の相異なる論理値が対応する場合がある。本稿では、確率論理の上でエントロピー最大原理に基づいて複数の論理値から最尤論理値を推定する方法を論ずる。

1．確率論理

帰納的学習では、観測した事象と既存の知識から新しい仮説を生成しその有効性を評価する過程の繰り返す。この過程を計算機で模擬する際に顕在化する課題の一部として、データの雑音対策，大まかな因果関係の把握，有望な仮説の設定，妥当な仮説の修正，仮説の取捨選択，等がある。学習機械は「大まか，有望，妥当」といったあいまいな言葉の代わりに仮説の合目的性を評価する定量的基準を必要とする。我々は定量性の基礎を確率に求め、述語論理式の論理値に観測と確率の意味付けを与え、確率論理(Stochastic Logic = SL)を提案した[1]。

述語論理に確率を導入した論理系としては Nilsson の確率論理(Probabilistic Logic = PL)が提案されている[2]。そのモデル論は、無矛盾なモデルが複数ありこれを確率的に遷移するとして定式化されており、全てのペンギンが鳥でありかつ飛べなければ、式「任意の鳥は飛べる」の真理値は0になる。人間が「鳥は飛べる」という場合、「ほとんどの鳥が飛べる」ということを述べておりPLの枠組みではこの言明を自然に表現できない。

これに対してSLのモデル論は、「観測対象となるモデルは無矛盾で一つだけ存在し、これを観測する際に情報が欠落するために、本来異なる事象が同じと見なされ真理値がゆらぐ。」という認識に基づいて定式化されている（図1）。またSLの節は{整式，論理値，観測数}の3項組で表される。整式は述語論理の整式にいくつかの記号を追加したもの，観測数は整式の観測頻度，論理値は整式の論理値＝真を観測する確率である。以下に「100例の鳥のうち90%が飛べる」を意味する節を示す。

{[αX](can_fly(X) ← bird(X)) ,0.9 ,100 }

ここで記号αは不定限量子と呼ばれ、不定限量された式［αX]P(X) は「X を無視して　P(X) が成り立つ」ことを主張する。またその論理値は不定のX に対して P(X)が成立する確率となる。

2．エントロピー最大原理に基づく演繹推論

ある動物園の大型動物を対象にして危険性を判定する規則を求めたところ、次の節が得られたとする。

{[αX] (dangerous(X) ← female(X))
,0.9 , 10000 }　(1)

{[αX] (dangerous(X) ← panda(X))
,0.1 ,　100 }　(2)

節(1) は雌 10000頭の内 90%が危険であることを、節(2)はパンダ100頭の内 10%が危険である事を主張している。いまホァンホァンが雌のパンダであることが解ったとき、ホァンホァンはどの程度の確率で危険だろうか？。節(1) からは

{ dangerous(ホァンホァン),0.9,10000} (1')

節(2)からは

{ dangerous(ホァンホァン),0.1, 100 } (2')

が得られるが、(1')と(2')の論理値（確率）はそれぞれ0.9, 0.1となっており、それぞれが殆ど逆の事柄を主張している。このように単一の結論に対して複数の論理値が対応することを確率的矛盾と呼ぶ。確率的矛盾の解消とは複数の論理値を統一して一つの妥当な論理値を得ることである。

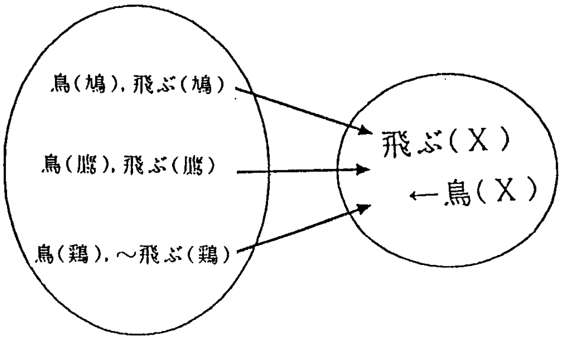

図1　真理値の揺らぎ

A Stochastic Deductive Inference Method.
Kazuhiko Ohno , Jun'ichi Ueno
NEC Co. C&C Information Lab.

問題を一般化する。前提条件の集合を $\{C_1, C_2\}$ とする。このとき

τ_i ; 条件 C_i のもとで結論 Rの成り立つ条件付き確率（論理値）

μ_i : 条件 C_i のもとでの結論 Rの観測数

が与えられ

τ ; 条件 C_1 C_2 のもとで結論 Rの成り立つ条件付き確率

μ ; 条件 C_1 C_2 のもとでのRの観測数

を求める。 (3)

τ, μ を推定するために以下の仮定を置く。

［仮定］ エントロピーEを最大にする。

$$E = -\Sigma\,\omega_i \log(\omega_i) + \Sigma\,\omega_i H(\nu_i) - \Sigma\,\omega \log(\omega) + \Sigma\,\omega H(\tau) \quad (4)$$

$$H(\nu) = -\nu \log(\nu) - (1-\nu)\log(1-\nu) \quad (5)$$

$$\omega_i = (\mu_i - \mu)/M, \quad \omega = \mu/M, \quad (6)$$

$$M = \Sigma\,\mu_i - \mu \quad (7)$$

ただし ν_i ; 条件 C_i, $\sim C_{j\,(j \neq i)}$ のもとで結論 Rの成り立つ条件付き確率 (8)

前述の雌パンダの問題についての数値解は、

$\tau = 0.3338$ $\mu = 16.84$

となる。この推定は雌パンダは約１７頭いて、そのうち約６頭が危険である事を示している。

エントロピーは与えられた制約条件の元で可能な粒子（動物）配置の場合の数の増加関数であり、エントロピーを最大にする配置比（雌，パンダ等の比率）は配置の場合の数が最大になる配置比に他ならない。つまり、ある制約条件の元で配置が無作意に行われたとき、確率的に最も起こりやすい配置比がエントロピーを最大にする配置比である。

3．近似推定式

エントロピー最大原理を演繹推論系に組み込む場合の問題点として計算効率が良くないこと、および前提条件が３個以上ある時に２項計算の繰り返しによって一意な解が得られないこと（非結合性）が挙げられる。これらを解決するための近似解法を与える。

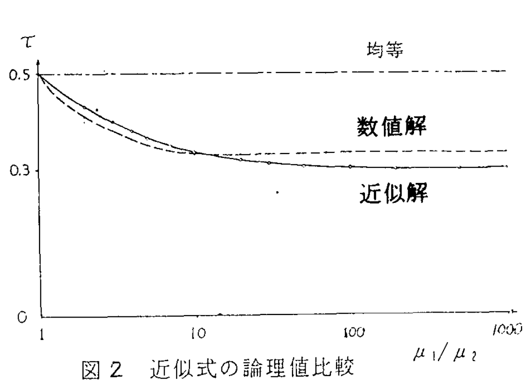

図２ 近似式の論理値比較

近似解法の要点は、全体領域の大きさとそこでの結論の成立確率（事前確率）を仮定している点にある。これらの情報が利用可能な場合、推定は簡単になる。

前提条件が２個の場合について近似解法は適用される。前提条件が複数個ある場合は２個ずつ取り出して解を求める。記号の意味付は(3)に準拠する。前提条件 $\{C_1, .., C_i, C_j, .., C_n\}$ より C_i, C_j を取り出して結論の成立確率を求める場合を以下に示す。

$$\tau = \frac{\tau_i \tau_j / \tau_0}{\tau_i \tau_j / \tau_0 + \sim\tau_i \sim\tau_j / \sim\tau_0} \quad (8)$$

$$\mu = \frac{\mu_i \tau_i \mu_j \tau_j}{\mu_0 \tau_0} + \frac{\mu_i \sim\tau_i \mu_j \sim\tau_j}{\mu_0 \tau_0} \quad (9)$$

$$\mu_0 = 2\Sigma\,\mu_i \quad (10)$$

$$\tau_0 = \Sigma\{\mu_i (\tau_i + 0.5)\}/\mu_0 \quad (11)$$

$$\sim\tau = 1 - \tau \quad (12)$$

雌パンダの危険性推定にこの近似式を用いた結果を図に示す。図２において縦軸は論理値、横軸は雌対パンダの観測数比で、数値解，近似解法による解，比較のため結論の事前確率を均等(0.5)と仮定した場合のベイズ解を示す。

近似誤差は小さいとはいえないが、確率演繹推論では必ずしも厳密なエントロピー最大解は要求されない。エントロピー最大はあくまでも仮定であり、それから導出される結論も他の解よりは蓋然性の高い推定解に過ぎないからである。むしろ推定が外れた場合の処理に注目すべきであって、ここに帰納的学習の効果が現れる。すなわち、推定誤差が許容範囲を越える場合は、新しい仮説を生成する事により厳密解に接近できる。

確率演繹推論は帰納推論にも寄与する。つまり既存の知識から複合条件下における推定をおこなえるため、冗長な仮説の生成を回避できる可能性が高くなる。

4．まとめ

確率論理系の上で、エントロピー最大原理に基づいて結論の成立確率を推定し、確率的矛盾を解消する演繹推論の方法を論じた。さらに、結論の成立確率を近似的に求める簡単な解法を与えた。また、本方式が帰納推論に及ぼす効果として、冗長な仮説生成の低減が期待できる。

帰納的学習の過程でエントロピーは減少傾向を示す。この性質を利用して仮説の評価基準を設定することが今後の課題である。

情報基礎研究部 真名垣昌夫部長，永井義裕課長，三浦晋示主任に感謝の意を表します。

[1]大野 他[1987]：あいまい帰納推論とその応用，
人工知能学会全国大会（１回）論文集 65-68
[2]Nilsson N. J. [1986]: Probabilistic Logic ,
Artifcial Intlligence Vol. 28 No. 1 71-87