

4W-10

日本語APLによる
数学教育用数式処理システム

宇土 正浩 脇田 修躬

日本アイ・ビー・エム株式会社

サイエンス・インスティテュート

1. はじめに

数学教育に数式処理システムを適用することを目的として研究・開発を進めている日本語APLによる数学教育用数式処理システム (APLMATH) の概要について述べる。数学の授業でコンピュータを利用する際、数式を記号のまま処理する数式処理の必要性は非常に大きい。従来、大型計算機上でのみ利用可能であった数式処理も教室にあるパソコン上で利用可能になりつつあり、教育への応用も試みられている [1]。筆者らはIBMマルチステーション5550とJXの日本語DOSのもとで稼働する日本語APLを用いて、高等学校数学教育に応用することを目的とした数式処理システムを宮城県高等学校教育研究会数学会電子計算機研修グループと共同で研究・開発している [2]。本稿ではまずAPL言語による1変数多項式の取り扱いを紹介して言語のシステム記述能力を示し、つぎに数式処理システムの基本機能である一般的な数式の内部表現、因数分解の処理方法について述べ、数学授業に適用するための教育支援機能について議論する。

2. APLによる1変数多項式の取り扱い

整数を係数とする場合の1変数多項式はAPL言語の開発初期から言語の典型的な応用例として取り上げられてきた [3]。特に多項式の積はAPLの特徴である外積作用素と行列の操作をうまく組み合わせることにより、非常にスマートに記述できる。多項式は係数ベクトルで表現する。

$$3+X+4X^2 \quad \leftarrow \rightarrow \quad 3 \ 1 \ 4$$

$$2+5X-X^2+X^3 \quad \leftarrow \rightarrow \quad 2 \ 5 \ 1 \ 1$$

このとき多項式の和と積は付録Aにある関数PLUSIとTIMESIによりそれぞれ求められ、以下のとうりに作動する。

$$3 \ 1 \ 4 \text{ PLUSI } 2 \ 5 \ 1 \ 1$$

$$5 \ 6 \ 3 \ 1$$

$$3 \ 1 \ 4 \text{ TIMESI } 2 \ 5 \ 1 \ 1$$

$$6 \ 17 \ 10 \ 22 \ 3 \ 4$$

次に有理数を係数とする1変数多項式を係数の共通分母と整数係数ベクトルで表現する。

$$1/2+X+2/3X^2 \quad \leftarrow \rightarrow \quad 1/6 \times (3+6X+4X^2)$$

$$\leftarrow \rightarrow \quad 6 \ 3 \ 6 \ 4$$

$$1+5/2X-1/2X^2+X^3 \quad \leftarrow \rightarrow \quad 1/2 \times (2+5X-X^2+2X^3)$$

$$\leftarrow \rightarrow \quad 2 \ 2 \ 5 \ 1 \ 2$$

和と積を求める関数は付録AのPLUSRとTIMESRである。このとき共通分母をとるために2つの数の最小公倍数を求める関数LCMや演算結果を既約なものとするために任意個の数の最大公約数を求める関数GCDVが必要である。

$$6 \ 3 \ 6 \ 4 \text{ PLUSR } 2 \ 2 \ 5 \ 1 \ 2$$

$$6 \ 9 \ 21 \ 1 \ 6$$

$$6 \ 3 \ 6 \ 4 \text{ TIMESR } 2 \ 2 \ 5 \ 1 \ 2$$

$$12 \ 6 \ 27 \ 35 \ 20 \ 8 \ 8$$

以上の関数で有理数を係数とする多項式の和と積の計算が実行可能である。また特殊な場合として、有理数の和と積の計算も含まれている。更に数式の外部形式を内部表現に変換する関数INTERNALと逆に内部表現を外部形式に変換する関数SHOWを追加すれば、以下のうに数式を外部形式のまま使用することも可能である。

$$\text{INTERNAL '1/2+X+2/3*X*2'}$$

$$6 \ 3 \ 6 \ 4$$

$$\text{SHOW } 6 \ 3 \ 6 \ 4$$

$$1/2+X+2/3*X*2$$

$$'1/2+X+2/3*X*2' \text{ PLUS '1+5/2*X-1/2*X*2+X*3'}$$

$$6 \ 9 \ 21 \ 1 \ 6$$

$$\text{SHOW '1/2+X+2/3*X*2' PLUS '1+5/2*X-1/2*X*2+X*3'}$$

$$3/2+7/2*X+1/6*X*2+X*3$$

$$\text{SHOW '1/2' PLUS '-1/2'}$$

$$0$$

$$\text{SHOW '1/2' TIMES '2'}$$

$$1$$

3. APLMATH

共同研究で作成している数式処理システムAPLMATHでは現在のところ前章で述べた有理係数1変数多項式を取り扱うシステム [4] と本章で述べる一般的多変数多項式が取り扱えるシステムを平行して研究・開発している。前者は数式処理システムの教育への応用をできるだけ早く検討するためであり、後者はパーソナル・コンピュータ上での数式処理システムとしての機能/能力を最大限に検証するためである。

3.1 数式の内部表現

数式は1) 関数型, 2) 共通分母, 3) 係数ベクトル, 4) 累乗行列, 5) 変数の5要素から構成される文字行列として表現される。

例: $2X+1/2Y \leftrightarrow 1/2(4X+Y)$

+	2, 4 1, 1 0 0 1
X	
Y	

関数型: '+' 多項式
 共通分母: 2
 係数ベクトル: 4 1
 累乗行列と
 変数: X 1 0
 Y 0 1

変数の行位置には再帰的に任意の数式を挿入することが出来る。例えば 'XY+XB+AY+AB' の因数分解の結果 '(Y+B)(X+A)' は次の様に表現される。

x	, 1, 1 1	
	+ 1, 1 1, 0 1 1 0	
	B	<--> Y+B
	Y	
	+ 1, 1 1, 1 0 0 1	
	X	<--> X+A
	A	

関数型: 'x' 積形式

3. 2 因数分解

数式処理システムの基本的機能である因数分解の処理のために因数定理の範囲で解ける関数FACTを前記の内部表現にもとずいて作成した。以下にその実行例を示す。

但し、1変数の場合には因数定理で解けない問題はBerikampのアルゴリズムを用いて処理することを試みている [5]。

```
SHOW FACT 'XY+XB+AY+AB'
(Y+B)(X+A)
SHOW FACT '2X2+3XY+Y2+5X+3Y+2'
(X+Y+2)(2X+Y+1)
SHOW FACT 'A3-B3'
(A-B)(A2+AB+B2)
```

3. 3 教育支援機能

数式処理システムを生徒にどのように提示していくか現在のところ検討している段階である。そのなかで数式の表示については試作をおこなっている [6]。今後の方向として、1) コマンド型ユーザ・インターフェイスを確立して生徒の実験/実習教材として利用、2) グラフィクス機能と組み合わせることにより、従来までに開発されてきた視覚/展示教材の内容を豊富にすると同時により柔軟に生徒に対応できる、3) AI機能と組み合わせることにより、新しいCAIの利用などが考えられている。

4. おわりに

日本語APLによる数学教育用数式処理システムA

PLMathの概要を紹介した。本システムはまだ研究・開発の途上であり、今後さらに数式処理システムとしての機能充実および教育支援システムとしての応用技術の確立に努力を重ねていかねばならない。また、APLMathの基本設計においては共同研究のメンバーでもある安井 [7] に負うところ大である。

5. 参考文献

- [1] 対馬勝英: 小型数式処理システムとその応用, 情報処理, Vol.27 No.4, pp.379-387 (1986)
- [2] 宮城県高等学校教育研究会数学部会電子計算機研修グループ, 日本アイ・ビー・エム(株)東京サインフィイク・センター: APLによる数式処理システムと高等学校数学教育 (1986)
- [3] Iverson, K.E.: APL in Exposition, IBM Philadelphia Scientific Center, Rep.No.320-3Q10 (1972)
- [4] 星光昭: 数式処理システムAPLMathの因数分解(1)-因数定理・Lagrangeの補間公式を中心として-, 日本数学教育学会第68回全国数学教育研究(東京)大会(1986)
- [5] 滝口・佐藤: 数式処理システムAPLMathの因数分解(2)-Berikampのアルゴリズムを中心として-, 同上(1986)
- [6] 小野秀寿: 数式処理システムAPLMathのマッシュ・インターフェイス, 同上(1986)
- [7] Yasui, K.: On Representation and Manipulation of Mathematical Formulas Using General Array Data Structure -IFORP(Interactive Formula Processor)-, APL84 Conference Proceedings, pp.387-391 (1984)

付録 A.

```
VPLUSI[D]V
[0] Z←A PLUSI B:M
[1] M←(ρA)ΓρB
[2] Z←(M†A)+M†B
[3] Z←(φv\φ0≠Z)/Z A 後続する0を削除する。
[4] →(0<ρZ)/0 A但し、すべて0の場合は0とする
[5] Z←0
VTIMESI[D]V
[0] Z←A TIMESI B
[1] Z←+(-ρA)φA°.×B,1↓0×A
[2] Z←(φv\φ0≠Z)/Z A 後続する0を削除する。
[3] →(0<ρZ)/0 A但し、すべて0の場合は0とする
[4] Z←0
VPLUSR[D]V
[0] Z←X PLUSR Y:D
[1] D←(1†X)LCM 1†Y
[2] Z←D,((1↓X)×D÷1†X)PLUSI(1↓Y)×D÷1†Y
[3] Z←Z÷GCDV Z
VTIMESR[D]V
[0] Z←X TIMESR Y:D
[1] D←(1†X)×1†Y
[2] Z←D,(1↓X)TIMESI 1↓Y
[3] Z←Z÷GCDV Z
```