3次元CADシステムの自由曲面設計に関する研究

3S-6

富田 豊[1], 宮脇隆志[2], 真鍋俊彦[3], 大恵俊一郎[3]
近畿大学, ダイキン工業(株), 徳島大学, 徳島大学

1. はじめに

3次元CADシステムを念頭において、自由曲面の相貫問題を考察する。

本研究では、美的感覚を含んだ設計を考慮してCAID(Computer Aided Industrial Design)すなわち計算機を用いて直接に、そして対話的に自由曲面を創成し、複数個の曲面の相貫曲線を導出することを目的としている。

2. 自由曲面の創成

1) B-スプライン曲線とノットの挿入

自由曲面の設計には、その接続性、制御性のよさからB-スプライン曲面式が用いられる。簡単のため、まずBスプライン曲線について述べる。

$Q_0,\cdots,Q_n$の制御点によって定義される$n-2$個のセグメントからなる3次のB-スプライン曲線は、次式の様に表される(図1)。

$$P(t)=\sum_{j=0}^{n} N_{j,4}(t)Q_j \quad (0\leq t\leq n-2) \tag{1}$$

$$T=[t_0\, t_1 \cdots t_i\, t_{i+1}\cdots t_{n+4}]=[-3\ -2 \cdots n+1]$$

ここに$N_{j,4}(t)$はB-スプライン関数、TはB-スプライン関数を決定するノットベクトルである。

この曲線のノットベクトル列に新たなノットを挿入することにより制御点を増加し、局所的な制御性をよくすることができる。

新しいノットt_eをt_iとt_{i+1}の間に挿入した時(図2)、新しいノット列と制御点Q'_jによって定義されるB-スプライン曲線は、(2)式のように表される。

$$P(t)=\sum_{j=0}^{n} N_{j,4}(t)Q'_j \quad (0\leq t\leq n-2) \tag{2}$$

ここに、

$$Q'_j=(1-a_j)Q_{j-1}+a_jQ_j \tag{3}$$

$$a_j=\begin{cases} 1 & (j\leq i-3) \\ \dfrac{t_e-t_j}{t_{j+3}-t_j} & (i-2\leq j\leq i) \\ 0 & (j\leq i+1) \end{cases} \tag{4}$$

である。

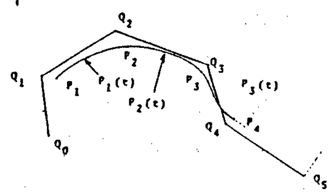


図1

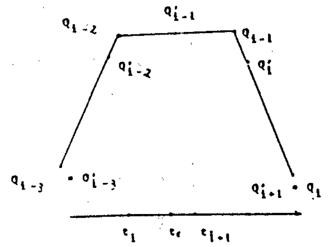


図2

2) B-スプライン曲面

上述のノットの挿入法をB-スプライン曲面に適用する。

図3は双3次B-スプライン曲面パッチ$P(u,w)$とその制御点を結んでできるネットである。いま、u, w方向のそれぞれに5個のノットを挿入した(図4)のち、その中央の制御点を上部に移動する時、曲面は図5の様に局所的に変化することがわかる。

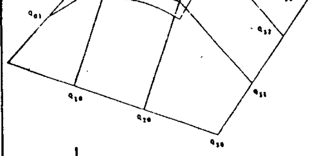


図3

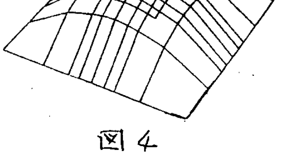


図4

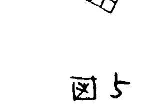


図5

具体例として、曲面設計によく用いられるB-スプライン回転曲面でボト

A Study on Design of Free-Form Surface in 3D CAD System
Yutaka TOMITA, Takashi MIYAWAKI, Toshihiko MANABE, Syunichiro OE
1. KINKI Univ. 2. DAIKIN, Ltd. 3. TOKUSHIMA Univ.

ルを作成したもの（図６）をとりあげ、それに新しくノットを挿入して、局所制御を行えば図７の様になる。

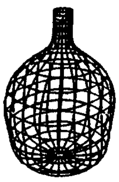


図６

図７

３　自由曲面どおしの相貫線の抽出

自由曲面を用いて形状を設計する場合，一般的に複数の自由曲面の和，差，積などを用いて全体の形状を作成する。この時，自由曲面どおしの相貫線（交線）を求める必要がある。

1) Ｂ－スプラインからベジエへの制御点の変更

相貫線を求める場合，その曲面はベジエの曲面式で表されている方が扱いやすい。したがって３次のＢ－スプライン曲線セグメント $P_i(t)$ の定義に関連するノット列が $t_0 \cdots t_7$ である時，このセグメントの制御点 $Q_0 \cdots Q_3$ を(5)式を用いて同じ曲線を定義する３次のベジエ曲線の制御点 $Q_0' \cdots Q_3'$ に変更する（図８）。曲面の場合はこれを u，w の両方向に適用することにより行う。

$$h_i = t_{i+2} - t_{i+1} \qquad (i=0,\cdots,4)$$

$$Q_1' = \frac{h_2+h_3}{h_1+h_2+h_3} Q_1 + \frac{h_1}{h_1+h_2+h_3} Q_2$$

$$Q_2' = \frac{h_3}{h_1+h_2+h_3} Q_1 + \frac{h_1+h_2}{h_1+h_2+h_3} Q_2 \qquad (5)$$

$$Q_0' = \frac{h_2}{h_1+h_2}\left(\frac{h_2}{h_0+h_1+h_2} Q_0 + \frac{h_0+h_1}{h_0+h_1+h_2} Q_1\right) + \frac{h_1}{h_1+h_2} Q_1'$$

$$Q_3' = \frac{h_3}{h_2+h_3} Q_2' + \frac{h_2}{h_2+h_3}\left(\frac{h_3+h_4}{h_2+h_3+h_4} Q_2 + \frac{h_2}{h_2+h_3+h_4} Q_3\right)$$

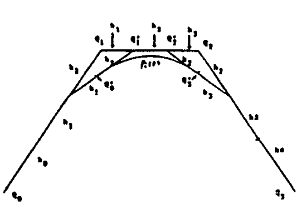


図８

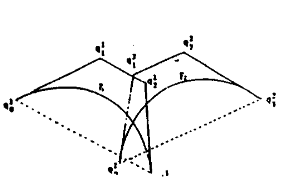


図９

2) 相貫線を求めるアルゴリズム

相貫線を求めるための原理は、曲面の凸閉包性と、曲面パッチの分割法則をもとにする。簡単のため３次の曲線で説明する。

原理１．図９において２つの曲線セグメント P_1，P_2 が互いに交差している時、そのセグメントを生成する制御点を結んでできる４辺形 $Q_0^1 Q_1^1 Q_2^1 Q_3^1$ と $Q_0^2 Q_1^2 Q_2^2 Q_3^2$ も互いに交差している。

原理２．１つの曲線セグメントは，制御点を増やすことにより，その形状を変えることなく２つの曲線セグメントに分けることができる（図１０）。

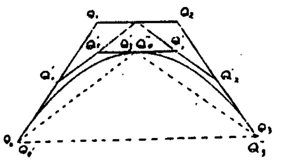


図10

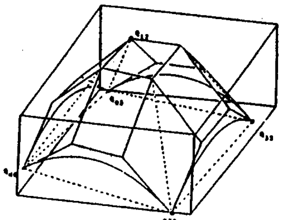


図11

この原理を用いて２つのＢ－スプライン曲面の相貫線を求めるアルゴリズムは、①それぞれの曲面をベジエの表現に変更する。②すべてのパッチに対してその制御点より図11の様な直方体を作成する。③他方の曲面パッチの直方体と交差している直方体をペアーですべて記憶する。④１組のペアーにおいて，それぞれのパッチを４分割し，おのおのに直方体を作成する。⑤この直方体どおしで交差を調べ交差があるものだけを分割する。⑥この操作をくり返してパッチの厚さが公差内になればパッチを平面に近似し交線を求める。

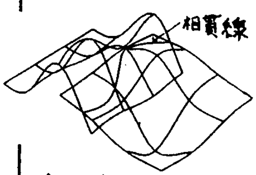
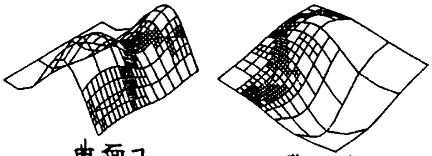


図12，2曲面とその相貫線


曲面１　　曲面２
図13 曲面の最終的なパッチの形状

参考文献

① 山口富士夫：形状処理工学Ⅰ，Ⅱ
② Q. S Peng；CAD Vol 16，No. 4 (1984) 191－
③ W. E. Calson；Com Graphics Vol16，No3 (1982) 255－
④ E. Cohen　；Com Graphics & Image Processing Vol14，(1980) 87－