

図2 内点前進消去の物理，行列表現

2) 三項方程式求解

共有点に関する三項方程式をPARACR法で解く。

3) 内点後退代入

共有点の値を後退代入して，内点の値を求める。

GEGR法とPARACR法の正味計算時間とデータ転送時間は表1のとおりである。

解法	正味計算時間	オーバーヘッド時間
FAGECR(1)	$O(N/P + \text{Log}_2 P)$	$O(P)$
FACR(1)	$O(N/P * \text{Log}_2 N)$	$O(N)$

表1 並列処理時間のうちわけ

通常は $N \gg P$ であり，GEGR法により計算時間が短縮される。

【5】 FAGECR法の並列化

空間格子点のPUアレイへの割り当ては直接写像(図3)により行う。またGEGR法における，共有点と内点の割り当ては図4により行う。これによりGEGR法の1), 3)は各PUが独立に計算できる。

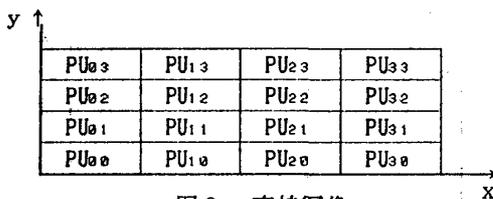


図3 直接写像

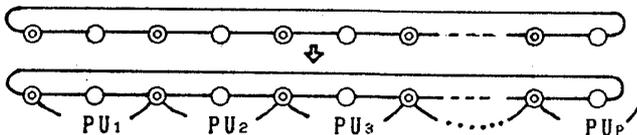


図4 内点，共有点のPUアレイへの割り付け

FFTにおいて順変換はビット順入力，ビット逆順出力アルゴリズム，逆変換はビット逆順入力，ビット順出力アルゴリズムを用いる。

並列処理時間は，正味計算時間とオーバーヘッド時間の和である。

【6】 例題と実行時間の比較

二重フーリエ変換(DFFT)法，FACR(1)法およびFAGECR(1)法を用いて，PAX-64Jで二次元ポアソン方程式を，±1の2点源を正方形領域に配置し，周期境界条件で解いた。得られた解は最大 $O(10^{-3})$ の誤差であり，この例題では許容範囲である。

プログラムの分析より，並列処理時間の理論式が格子点数，PU台数をパラメタとして得られた。表2にPAX-64Jでの，並列処理時間の実測値を示す。このようにFAGECR(1)法が最高速であった。並列処理時間の理論値の誤差は，2~3%であった。

解法	格子点数		
	32*32	64*64	128*128
FAGECR(1)	0.142	0.330	1.043
FACR(1)	0.239	0.560	1.837
DFFT	0.172	0.677	2.779

表2 並列処理時間の実測値(s)

更に理論式よりPU台数が増加したときの並列処理時間が得られる。図5は1PUあたりの格子点数が一定の場合の，DFFT法，FACR(1)法およびFAGECR(1)法での並列処理時間である。このようにPU台数の増加に伴いFAGECR法の高速性が顕著となる。

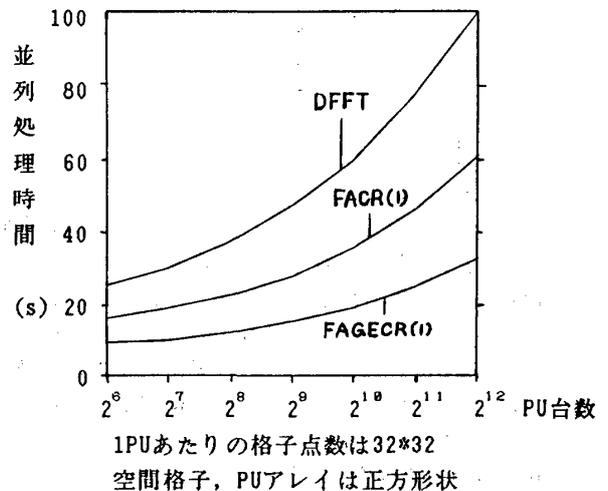


図5 2次元ポアソン求解における並列処理時間

【7】 結論

FACR(1)法とFAGECR(1)法の，PAXにおける並列処理時間の理論式を導出した結果，高並列計算機においてもFAGECR(1)法は，DFFT法の約3倍，FACR(1)法の約2倍のスピードアップが達成できる。

【参考文献】

[1] Hockney, R.W., RAPID ELLIPTIC SOLVERS, in Numerical Methods in Applied Fluid Dynamics, edited by Hunt, B., Academic Press, pp.1-48 (1980).
 [2] 星野 力, PAXコンピュータ, オーム社 (1985).