

制御の遅延時間を考慮したサンプリング観測 入力規制制御の解析

7T-4

駒水賢一 福田晃 宇津宮孝一

(九州大学大学院 総合理工学研究科)

1.はじめに

通信網においてその容量以上の負荷が加わった場合、網のスループットの低下を防ぐために入力規制制御が必要である。本稿では、制御の遅延を考慮したサンプリング観測に基づいた入力規制制御を解析する。遅延時間が制御特性に与える影響、及び観測間隔分布の影響を考察する。本モデルは、文献(1)のモデルにおける観測間隔分布を一般分布へと拡張したものである。

2.モデルの説明

モデルを図1に示す。処理装置の数を S 、待ち室の大きさを $K-S$ とする。この系に優先度の高い呼(1)と低い呼(2)の二種類のポアソン呼(到着率はそれぞれ λ_1 と λ_2)が加わる。保留時間は呼(1)、(2)共に平均 $1/\mu$ の指数分布に従うとする。処理は先着順に行われ、呼種による区別はない。待ち室が満員のときに到着した呼(1)、(2)は共に呼損となり、系から退去するものとする。

n 回目の観測時点を ω_n とし、そのときの系内呼数を ξ_n とする。ここで、観測間隔分布は平均 $1/\sigma$ の一般分布 $F(t)$ とする。系内呼数 ξ_n と閾値との大小比較により、呼(2)を対象とする入力規制制御のための信号が時刻 ω_n で次のように送信される。

$$\begin{cases} 0 \leq \xi_n \leq L \text{ のとき解除信号を送信する。} \\ L+1 \leq \xi_n \leq H-1 \text{ のとき何も送信しない。} \\ H \leq \xi_n \leq K \text{ のとき規制信号を送信する。} \end{cases}$$

送信された信号はスイッチに届くまで平均 $1/\nu$ の指数分布に従う時間がかかる。信号がスイッチに到達すると、その内容に従ってスイッチをオンまたはオフにする。ここで、制御信号を送信しようとしたとき、前の信号がまだ送出中であれば、前の信号を取り消して新しい信号を送信する。なお遅延時間を0にすると、文献(2)のモデルとなる。

3.解析

時刻 t における系内呼数を $\xi(t)$ 、スイッチの状態を

$$c(t) = \begin{cases} 0; \text{オン} \\ 1; \text{オフ} \end{cases} \quad (1)$$

制御信号の送出状態を

$$\zeta(t) = \begin{cases} 0; \text{何も送出していない} \\ 1; \text{解除信号を送出中} \\ 2; \text{規制信号を送出中} \end{cases} \quad (2)$$

とすれば、確率過程 $\eta(t) = (\xi(t), c(t), \zeta(t))$ は、 n 番目の観測時点 ω_n を再生点とする部分マルコフ過程(3)となる。本稿では、部分マルコフ過程の理論を用

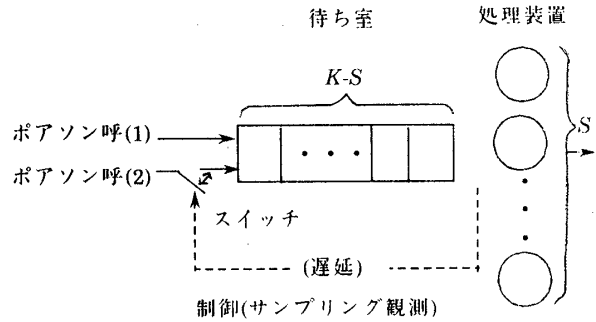


図1 入力規制制御モデル

いて定常状態の解析を行う。

再生点での推移確率 $\theta_{i_1 j_1 k_1}(i_2 j_2 k_2) (= \text{Prob}(\eta(\omega_n) = (i_2 j_2 k_2) | \eta(\omega_{n-1}) = (i_1 j_1 k_1)))$ は次式となる

$$\begin{cases} \theta_{i,j,k}(i,j,1) = 1; (0 \leq i \leq L, j = 0, 1, k = 0, 1, 2) \\ \theta_{i,j,k}(i,j,k) = 1; (L+1 \leq i \leq H-1, j = 0, 1, k = 0, 1, 2) \\ \theta_{i,j,k}(i,j,2) = 1; (H \leq i \leq K, j = 0, 1, k = 0, 1, 2) \\ \theta_{i_1 j_1 k_1}(i_2 j_2 k_2) = 0; (\text{その他}) \end{cases} \quad (3)$$

次に、過渡確率 $h_{i_1 j_1 k_1}(i_2 j_2 k_2)$ を

$$h_{i_1 j_1 k_1}(i_2 j_2 k_2) = \text{Prob}(\eta(\omega_n) = (i_2 j_2 k_2) | \eta(\omega_{n-1}) = (i_1 j_1 k_1)) \quad (4)$$

と定義すると、 $h_{i_1 j_1 k_1}(i_2 j_2 k_2)$ は、到着率を λ_m とする $M/M/S/K$ モデルの過渡解 $P_{i,j}(t, \lambda_m)$ を用いて、 $0 \leq i, j \leq K, m = 0, 1$ に対して次式となる。

$$\begin{cases} h_{i,m,n}(j,m,n) = \int_0^\infty P_{i,j}(t, \lambda_m) e^{-\nu t} dF(t); (n = 1, 2) \\ h_{i,m,m+1}(j,m,0) = \int_0^\infty P_{i,j}(t, \lambda_m) (1 - e^{-\nu t}) dF(t) \\ h_{i,m,2-m}(j,1-m,0) \\ = \int_0^\infty \left\{ \sum_{k=0}^K \int_0^t P_{i,k}(\tau, \lambda_m) \nu e^{-\nu \tau} P_{k,j}(t-\tau, \lambda_{1-m}) d\tau \right\} dF(t) \\ h_{i,m,0}(j,m,0) = \int_0^\infty P_{i,j}(t, \lambda_m) dF(t) \end{cases} \quad (5)$$

但し $\lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_2$

一方 $P_{i,j}(t, \lambda_m)$ は次の形に書ける。

$$P_{ij}(t, \lambda_m) = p_j^{(m)} + \sum_{l=1}^K C_l^{(m)}(i_j) e^{Y_l^{(m)} t} \quad (6)$$

$p_j^{(m)}, C_l^{(m)}, Y_l^{(m)}$ の求め方については文献(4)を参照されたい。式(3)~(6)より再生前連鎖の推移確率 $r_{i_1 j_1, k_1}(i_2, j_2, k_2) (= \text{Prob}(\eta(\omega_n - 0) = (i_2, j_2, k_2) | \eta(\omega_{n-1} - 0) = (i_1, j_1, k_1)))$ が求まる。

観測時点直前の系の状態確率を $\pi_{i,j,k}$ とすると、次式より $\pi_{i,j,k}$ を求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \pi_{i,j,k} &= \sum_{i_1=0}^K \sum_{j_1=0}^1 \sum_{k_1=0}^2 \pi_{i_1 j_1, k_1} r_{i_1 j_1, k_1}^{i,j,k}(i,j,k) \\ \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^2 \pi_{i,j,k} &= 1 \end{aligned} \right\} (7)$$

次に任意時点における系の状態確率 $p_{i,j,k} (= \lim_{t \rightarrow \infty} \eta(t) = (i,j,k))$ を求める。部分マルコフ過程における率保存原理により、 $j=0,1, k=0,1,2$ に対して次の状態方程式が成立する。

$$\begin{aligned} p_{i,j,k} \{ \lambda_j + (1 - \delta_{i,0}) \mu_i + (\delta_{k,1} + \delta_{k,2}) \nu \} &+ \pi_{i,j,k} \sigma (\delta_{k,0} + \delta_{k,2}) \\ &= p_{i-1,j,k} \lambda_j + p_{i+1,j,k} \mu_{i+1} + (p_{i,0,1} + p_{i,1,1}) \nu \delta_{j,0} \delta_{k,0} \\ &+ (p_{i,0,2} + p_{i,1,2}) \nu \delta_{j,1} \delta_{k,0} + (\pi_{i,j,0} + \pi_{i,j,2}) \sigma \delta_{k,1} \quad ; (0 \leq i \leq L) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{i,j,k} \{ \lambda_j + \mu_i + (\delta_{k,1} + \delta_{k,2}) \nu \} \\ &= p_{i-1,j,k} \lambda_j + p_{i+1,j,k} \mu_{i+1} + (p_{i,0,1} + p_{i,1,1}) \nu \delta_{j,0} \delta_{k,0} \\ &+ (p_{i,0,2} + p_{i,1,2}) \nu \delta_{j,1} \delta_{k,0} \quad ; (L+1 \leq i \leq H-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{i,j,k} \{ (1 - \delta_{i,K}) \lambda_j + \mu_i + (\delta_{k,1} + \delta_{k,2}) \nu \} &+ \pi_{i,j,k} \sigma (\delta_{k,0} + \delta_{k,1}) \\ &= p_{i-1,j,k} \lambda_j + p_{i+1,j,k} \mu_{i+1} + (p_{i,0,1} + p_{i,1,1}) \nu \delta_{j,0} \delta_{k,0} \\ &+ (p_{i,0,2} + p_{i,1,2}) \nu \delta_{j,1} \delta_{k,0} + (\pi_{i,j,0} + \pi_{i,j,1}) \sigma \delta_{k,2} \quad ; (H \leq i \leq K) \end{aligned} \quad (8)$$

但し

$$\mu_i = \min(i, S) \mu; (0 \leq i \leq K), \mu_{K+1} = 0,$$

$$\delta_{i,j} = 0; (i \neq j), \delta_{i,i} = 1; (i = j), \lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_2$$

さらに次の規格化条件と式(8)より $p_{i,j,k}$ が求まる。

$$\sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^2 p_{i,j,k} = 1 \quad (9)$$

(評価尺度)

(1)呼(1)の呼損率 B_1

$$B_1 = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^2 p_{K,i,j} \quad (10)$$

(2)制御信号交代確率 P_c

解除信号を送信中に規制信号を送信するか、または規制信号を送信中に解除信号を送信する確率を P_c とする。次式となる。

$$P_c = \sum_{i=H}^K \sum_{j=0}^1 \pi_{i,j,1} + \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^1 \pi_{i,j,2} \quad (11)$$

4. 遅延時間の影響

図2に B_1 、図3に P_c を示す。但し、 $K=10, S=5, L=3, H=7, \lambda_1 = \mu = \sigma = 1$ とする。また、観測間隔

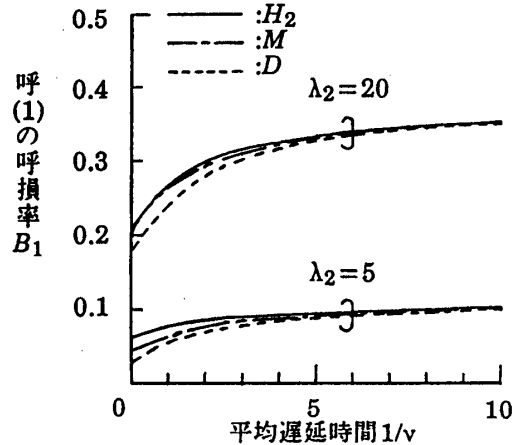


図2 呼(1)の呼損率

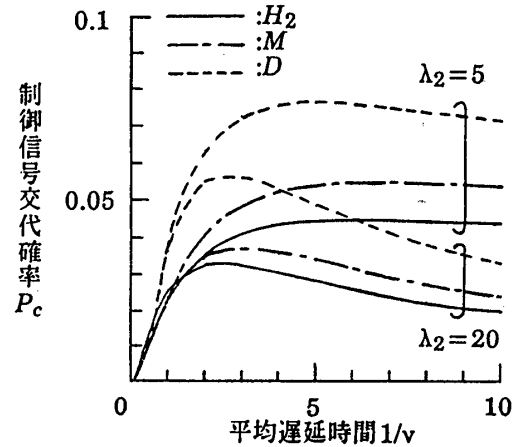


図3 制御信号交代確率

分布を単位分布(D)、指数分布(M)、2次の超指数分布(H_2)とした場合を示す。

$1/v$ が増加するに伴い、 B_1 も増加するが、ある値をこえると B_1 は飽和する傾向にある。また、 $1/v$ が増加するに伴い、サンプリング観測間隔分布の B_1 に与える影響が小さくなる。

また、 λ_2 が大きい場合 ($\lambda_2 = 20$)、 P_c が最大となる $1/v$ が存在することがわかる。

5. おわりに

サンプリング観測を用いた入力規制制御モデルにおいて、制御に遅延がある場合を解析した。実システムにおいては制御に遅延が生じる場合が多く、それが無視できない場合に、遅延がどの程度影響するか調べるために本解析は有効である

参考文献

- (1)駒水他：“サンプリング観測入力規制制御における制御遅延時間の影響”，電気四学会九州支部連合会大会予稿(昭61)。
- (2)K.Kawashima：“Queueing analysis for input regulation method employing periodic monitoring and control”，E.J.O.R., 23(1986)。
- (3)A.Kuczura：“Piecewise Markov processes”，SIAM J. Appl. Math., 24(1973)。
- (4)町原文明：“マルコフ形サービス系の過渡確率とその応用”，信学論(B), J62-B(昭54)