6X-3

逐次決定過程の無限次元へのある拡張について

木村髙久（富士通・国際情報社会科学研究所）

1．はじめに

動的計画法に基づく文音声認識システムで、有限オートマトンによる構文制御を考慮したものが発表されている[1]。これに対して、筆者は有限オートマトンより高位のクラスの機械による構文制御アルゴリズムの一つを考案した[2]。そのために、逐次決定過程[3]を無限次元に拡張して、無限状態オートマトンにコスト関数を付加したシステムを定義した（無限逐次決定過程）。同文献で無限状態オートマトンとは、状態集合に無限集合を許した、有限オートマトンの構造を持った機械である。しかし、無限個の状態を持つ機械と通常の有限オートマトンとの間の類似性には具体的な意味が与えられていなかった。今回は、ある種の無限状態オートマトンが有限オートマトンの極限として定義できることを示す。モデルの理論[4]に基づき導入される非標準整数 n^* により、無限個の状態の個数を与える。

2．非標準整数

文献〔4〕に従い、標準整数に対する無限大整数を導入する。まず、非標準整数の集合 Z^* を定義する。自然数の集合Nから整数の集合Zへの写像の全体を ${}^N Z$ と記し、N上の一つの極大自由フィルターをFと記す。${}^N Z$ の任意の二元aとbとの間にフィルターFに基づく同値関係 $\sim_F$ を、次により導入する：

$$a \sim_F b \longleftrightarrow \{n \in N \mid a_n = b_n\} \in F$$

但し、$a = [a_n \mid n \in N]$、
$b = [b_n \mid n \in N]$。

$\sim_F$ の直観的な意味を付録により述べる。上記のa、bについて、$a_n \neq b_n$ であるようなnの数が有限個であれば、$a \sim_F b$ が成り立つ。

${}^N Z$ の $\sim_F$ による同値類の集合を数の集合と同一視して Z^* と書き、非標準整数の集合と呼ぶ。非標準整数上の大小関係 $<_F$ を、$\sim_F$ の定義の＝を＜に替えた定義式によって定義する。二つの非標準整数の大小を考える。$a = [1, 2, \cdots]$ の同値類に対応する非標準整数 a^* は、$b = [c, c, \cdots]$ の同値類に対応する非標準整数 b^*（cは任意の標準整数であり、b^* はcを表すと解釈する）よりも必ず大きい。従って、a^* は一つの無限大整数である。

3．無限状態オートマトンの構成

以下、任意のクラスのある言語Sに対してある非標準整数 n^* を状態数に持つ無限状態オートマトンを構成する。但し、n^* は ${}^N Z$ の $\sim_F$ による同値類で元 $a = [a_k \mid k \in N]$ を含むものであるとする。先ず有限オートマトンの系列で下記の条件(1)、(2)を満たすものを考える。

オートマトンの系列：$M = [M_k \mid k \in N]$、
但し、$M_k = (Q_k, I, q_{k0}, T_k, Q_{kF})$。

(1) 系列の構成要素に関する条件：

① M_k はアルファベットIを共有する。

② 状態数について：$|Q_k| = a_k$。

③ 受理言語の包含関係について：任意の $k \in N$ に対して、M_k の受理言語はSの部分言語であり且つ M_{k+1} もこれを受理する。

④ Mの完全性について：言語Sの任意の要素xに対して、これを受理するオートマトンが必ずMの中に存在する。

系列M全体によって一つの機械を定義するために、Mに属する全ての有限オートマトン M_k は下記の同期条件を満たすと仮定する。

(2) 系列全体の同期条件：

(a)初期状態にあるオートマトン全体の添え字kからなる集合はフィルタFの要素を成す。

(b)各オートマトンは入力記号を共有し、同時に状態遷移を起こし、同時にこれを終了する。語xを読み終えた機械は必ず停止する。

(c)死状態にないオートマトン M_k の添え字全体から成る集合がフィルタFの要素であれば、系列Mは死状態にないと定義する。そうでなければ、系列Mは死状態にあると定義する。

(d)ある語xを読み終わった時点で終了状態にあるオートマトン M_k の添え字全体からなる集

An Extension of the Sequential Decision Process into an Infinite State Space

Takahisa KIMURA

International Institute for Advanced Study of Social Information Science, Fujitsu Ltd.

合がフィルタＦの要素であれば、系列は語ｘを受理したと定義する。

(e)ある語ｘを読み終わった時点で死状態にあるオートマトンM_Kの添え字全体からなる集合がフィルタＦの要素であれば、系列は語ｘを拒否したと定義する。

条件(a)～(e)を満たす系列Ｍにより、無限状態オートマトンM^*を次のように定義する。上記条件を満たすことにより、M^*の状態遷移関数T^*はよく定義される。〔付録・定理２参照〕

$$M^* = (Q^*, I, q_0^*, T^*, Q_F^*)、$$

但し、
$$Q^* = \{Q_K \mid k \varepsilon N\}、$$
$$q_0^* = \{q_{K0} \mid k \varepsilon N\}、$$
$$T^* = \{T_K \mid k \varepsilon N\}、$$
$$Q_F^* = \{Q_{KF} \mid k \varepsilon N\}。$$

４．無限状態オートマトンM^*の性質

状態遷移関数の構成法と同期条件(b)とから、次にM^*のとる状態は現在の状態と現在の入力記号とから定まることがわかる。M^*が受理する言語のクラスについて、下記の定理が成立する。

定理　任意のクラスの言語Ｓに対して、これを受理するM^*が存在する。

証明.

簡単の為$S \neq \phi$とする。$S_K = \{x \varepsilon S \mid \mathrm{length}(x) \leqq k-1\}$とおけば、$k \geqq 1$を満たす任意の整数値に対して$S_K$は有限言語である。$S_K$を受理する有限オートマトン$M_K$を構成し、この系列を作れば、これによって$M^*$が定義される。

任意の$x \varepsilon S$に対して$L \geqq \mathrm{length}(x)+1$とおけば、$M_L$はｘを受理する。Ｌの値は有限であるから、付録・定理１と３節の同期条件(e)におけるM^*の受理の定義とによってM^*はｘを受理する。従ってM^*の受理する言語はＳを含む。逆に、M^*の構成法から、各M_Kの受理する言語はＳの部分言語であるから、M^*の受理する言語はＳの部分言語である。結局、M^*はＳを受理する。

証了.

M^*の無限個の状態を閉じた形に列挙してT^*を計算することはできないが、入力記号を読む毎に状態を逐次決定することによってT^*を計算できる場合がある。LR(1)パーザを用いた計算手順の例が文献〔２〕に示されている。

５．無限逐次決定過程

３節のオートマトンの系列Ｍを基礎に、逐次決定過程の系列Πを以下のように構成する。

$$\Pi = \{(M_K、h_K、\xi_0) \mid k \varepsilon N\}。$$

M^*の定義と同様に、系列Πに基づき、無限逐次決定過程Π^*を下記のように定義する。

$$\Pi^* = (M^*、h^*、\xi_0^*)、$$

但し、
$$h^* = (h_1、h_2、\cdots)、$$
$$\xi_0^* = (\xi_0、\xi_0、\cdots)。$$

h^*の値は、一般に、ある非標準実数ξ^*である。これがある標準実数ξを表すために、次の条件の成立を要請する。

条件：

アルファベットＩ上の任意の語ｘに対して、これを読み終わった時に死状態にはないオートマトンM_Kに付加されたコスト関数h_Kの値は全てξに等しい。

T^*と同様にh^*の値についても、入力記号を読みながらの逐次計算が可能な場合がある。[2]

６．まとめ

無限状態オートマトンならびに無限逐次決定過程を状態の数が非標準整数であるオートマトンならびに逐次決定過程として定義した。定義にはモデルの理論の与える方法を利用した。無限逐次決定過程に於ける無限個の状態の意味が、モデルの理論に基づく方法によって、有限個の状態のある種の極限として与えられることが判った。

謝辞：国際研北川会長ならびに榎本所長の日頃のご指導に深謝致します。

参考文献

(1) 迫江、信学会研資 PRL80-19(1980).

(2) Kimura, T:"Branch and Bound Algorithm for Phrase Level Pattern Matching by Using Deterministic Context-Free Grammar", Res. Rep. No. 60, IIAS-SIS Fujitsu Ltd., (Sept. 1985).

(3) 茨木、組合わせ最適化の理論、電子通信学会、情報とシステムシリーズ(1979).

(4) 山中、線形位相空間と一般関数、共立出版、(1970)、§23（頁　169 ―176).

付録.

Ｎ上の極大自由フィルタＦについて下記の定理が成立する。[4]

定理１.

Ｎ上の任意の有限集合ＡはＦの要素になり得ない。

定理２.

Ｎの部分集合ＡとＢの和集合がＮ自身に等しければＡとＢのうちの少なくとも一方はＦの要素である。