5X-9

ブロック化法を用いた セル・システムの再構成について

渋 沢 進

群馬大学工学部

1. はじめに

近年，全システムを単一ウェーハ上に集積しようというウェーハ規模集積(WSI)の技術および概念が研究されている．この技術は，発生する故障欠陥が無視できないなど解決すべき問題を含んでいる．そのうち発生したセルの欠陥に対しては，それを回避しながらセル配列を再構成する方法が考えられ，いくつかの研究が行なわれている．[1],[2]

本研究では，3種類の冗長セル・システムの一般的性質と冗長構成の評価の仕方について考察した．システムが期待される正常確率を達成するためには，一般に局所的冗長構成ほどセル正常確率を高く保つ必要があり，大局的に近づくほど小さくてよい．また，冗長性のない基本構成に対する冗長構成の評価は，冗長度当たりの面積距離増加比または面積時間増加比によって行なわれるのが適当と考えられる．一例として，中間的冗長性を超立方体環ネットワーク[3]に適用し，得られた構成の冗長度規範を評価した．

2. 冗長性をもつ等価セル・システム

等価なnセルとそれらを結合する配線より成るシステムを考える．この構成を基本システムまたは基本構成とよぶ．今n_aセル余分に組み込んで冗長システムを構成すれば，この構成の全セル数Nは

$$N=n+n_a \qquad (2.1)$$

このとき，冗長システムのセル冗長度aは次のようになる．

$$a=N/n=1+n_a/n\geq 1 \qquad (2.2)$$

Nセル冗長構成に対して次のようなセル故障を仮定する．

[仮定1] (1) 各セルの故障は独立に発生し，その生起確率をq $(0\leq q<1)$とする．(2) 配線の故障確率はセルのそれに比べて非常に小さいとする．□

1セルの正常確率pは次のように表わされる．

$$p=1-q \qquad (2.3)$$

典型的な冗長性として次の3種類が考えられる．

(1) 局所的冗長性： 各セルに(a-1)個の予備セルを用意し，もとのセルと合わせたaセルのうち正常な任意のセルを1個ずつ用いて全体のシステムを構成する．このとき，システムが正常に動作する確率p_{loc}は

$$p_{loc}=(1-q^a)^n \qquad (2.4)$$

(2) 大局的冗長性： N=naセルのうち任意のn個の正常セルを相互に結合して1システムを構成する．正常セルであれば，どのセルを用いるかは問わない．この方法によるシステムの正常確率p_{glob}は次のようになる．

$$p_{glob}=\sum_{i=n}^{N} {}_NC_i p^i q^{N-i}=1-\sum_{i=0}^{n-1} {}_NC_i p^i q^{N-i} \qquad (2.5)$$

(3) 中間的冗長性[4]

システムに必要なセル数を

$$n=s\cdot L \qquad (2.6)$$

とし，システムをsセルずつLブロックに分ける．また，各ブロックにs_aセルずつ予備セルを用意し，冗長システムのセル数Nを

$$N=(s+s_a)L=h\cdot L,\quad h=s+s_a\ (s_a\geq 0) \qquad (2.7)$$

とする．これは，Nセル冗長構成の各ブロックがhセルより成り，そのうち任意のs個の正常セルを相互に結合して各ブロックを形成するような手法である．中間的冗長性におけるセル冗長度aは

$$a=N/n=h/s=1+s_a/s\geq 1 \qquad (2.8)$$

あるブロックに含まれる正常セル数がs以上であれば，そのブロックは正常に動作するので，各ブロック当たりの正常確率p_{blk}は次のようになる．

$$p_{blk}=\sum_{i=s}^{h} {}_hC_i p^i q^{h-i}=1-\sum_{i=0}^{s-1} {}_hC_i p^i q^{h-i} \qquad (2.9)$$

中間的冗長性におけるシステムの正常確率p_{hyb}は

$$p_{hyb}=p_{blk}{}^L=\left(\sum_{i=s}^{h} {}_hC_i p^i q^{h-i}\right)^L=\left(1-\sum_{i=0}^{s-1} {}_hC_i p^i q^{h-i}\right)^L \qquad (2.10)$$

s=1のとき，式(2.6)-(2.8)より，L=n，h=a=1+s_aとなり，式(2.10)は式(2.4)に一致し，これは局所的な場合である．また，s=nのとき，L=1，h=N=anとなり，式(2.10)は式(2.5)に一致し，これは大局的な場合である．

セル数$n=10^2$，冗長度a=2.0のとき，いくつかのsに対するシステムの正常確率p_{hyb}，およびp_{loc}，p_{glob}のセル正常確率依存性を図1(a)に示す．また，同図(b)は，システムの正常確率が与えられたとき要求されるセルの正常確率pを表わす．システムの正常確率は，あるn，aに対して，一般に$p_{loc}\leq p_{hyb}\leq p_{glob}$であると考えられる．

3. 冗長度規範

Lブロック(L=1,2,···,n)より成る構成を考える．レイアウトされた基本構成に対するブロック当たりの面積，システム全体の面積，セル間の最大距離，信号(通信)の最大遅延時間をそれぞれA_{0blk},A_0,d_0,T_0とおく．また，冗長構成に対する同様の表現をそれぞれA_{blk},A,d,Tとする．このとき，A_0,Aは次のように表わされる．

$$A_0=A_{0blk}\cdot L,\quad A=A_{blk}\cdot L \qquad (3.1)$$

距離d_0,dの間の通信にかかるそれぞれの時間T_0,Tは，d_0,dの関数で表わすことができ，[5]

$$T_0=\phi(d_0),\quad T=\phi(d) \qquad (3.2)$$

nセル基本構成に対するN=naセル冗長構成の面積および

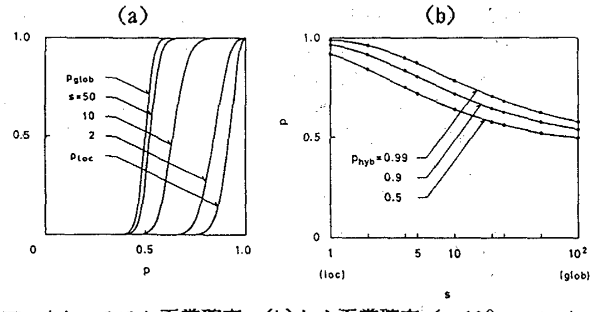

図1 (a)システム正常確率 (b)セル正常確率 ($n=10^2$, a=2.0)

A method for reconstructing
a blocked cell system
Susumu SHIBUSAWA
Gunma University

セル間の最大距離，最大遅延時間の増加比をそれぞれAR,dR,TRとおけば，これらはA_0,A, d_0,dを用いて

$$AR=A/A_0=A_{blk}/A_{0blk},\quad dR=d/d_0 \qquad (3.3)$$
$$TR=T/T_0=\phi(d)/\phi(d_0)$$

遅延時間と配線長の関係は，これまでいくつかの技術に対して次のようなモデルが考えられている.[5]

$$T=\Theta(d^{\nu})\quad(\nu=0,1,2) \qquad (3.4)$$
$$T=\Theta(\log d) \qquad (3.5)$$

ここに,記号Θは上界かつ下界のオーダーを表わす．式(3.4)の関係が成り立つとき，

$$TR=\Theta((d/d_0)^{\nu})=\Theta(dR^{\nu}) \qquad (3.6)$$

以下では，セルを結合する配線の幅がセルの大きさに比べて無視できないような2次元配列を考察する．局所的冗長性に関して次の性質が成り立つ.

［補題1］nセルより成る任意の2次元配列に対して局所的に再構成可能な冗長構成を作成するとき，この構成の面積およびセル間の最大距離の増加比AR_{loc}，dR_{loc}は

$$AR_{loc}=\Theta(1),\quad dR_{loc}=\Theta(1) \qquad (3.7)\ \square$$

一般に，作成される冗長構成の面積およびセル間の最大距離の増加は，基本構成に対して小さいほどよい．面積およびセル間距離の増加のオーダーが変化しないような条件のもとでは，冗長セルを多数用意できる方がよい．また，冗長度a，セル数N=naの冗長システムにおいて，ある期待されるシステム正常確率を実現するために必要なセル正常確率は，局所的冗長構成ほど大きく，大局的冗長構成ほど小さい．これより，冗長構成の有効性に対する規範は，次のような式で表わすことができる.

$$AR\cdot dR^{\alpha}/a=f(n,p,p_{sys}) \qquad (3.8)$$

p_{sys}はシステムの正常確率であり，p_{loc},p_{hyb},p_{glob}を代表する．fはn,p,p_{sys}に依存する関数を表わす．式(3.8)を冗長度当たりの面積距離増加比とよぶ．同様に，セル間の遅延時間の増加比は小さいほどよいので，

$$AR\cdot TR^{\alpha}/a=f'(n,p,p_{sys}) \qquad (3.9)$$

これを冗長度当たりの面積時間増加比とよぶ.

［補題2］局所的冗長構成に対する冗長度当たりの面積距離増加比はΘ(1)である.

$$AR_{loc}\cdot dR_{loc}^{\alpha}/a_{loc}=\Theta(1) \qquad (3.10)$$

また，セル間の距離と遅延時間の間に式(3.4)の関係があるとき，冗長度当たりの面積時間増加比は

$$AR_{loc}\cdot TR_{loc}^{\alpha}/a_{loc}=\Theta(1) \qquad (3.11)\ \square$$

式(3.8)を式(3.10)で割れば

$$AR\cdot dR^{\alpha}/a=O(f(n,p,p_{sys})) \qquad (3.12)$$

この式は，面積およびセル間距離の増加を犠牲にして，局所的冗長構成よりもシステムの正常確率を上げる規範を示している.

4．超立方体環ネットワークへの適用

超立方体環ネットワークに中間的冗長性を適用し，得られた構成の効率を評価する．ある正整数sに対して，セル数

$$n=s\cdot 2^s \qquad (4.1)$$

をもつ超立方体環ネットワークの各セルを<l,j>($0\leqq l\leqq 2^s-1,\ 0\leqq j\leqq s-1$)で表わし，縦方向の結合を

$$\langle l,j\rangle - \langle l,(j+1)\bmod s\rangle \qquad (4.2)$$

とする．これより超立方体環ネットワークはあるlに関して循環を形成する．lの2進表現およびその1の補数$\bar{l}$を

$$l=[l_{s-1}\cdots l_1 l_0],\quad \bar{l}=[\bar{l}_{s-1}\cdots\bar{l}_1\bar{l}_0] \qquad (4.3)$$
$$(l_j,\bar{l}_j\in\{0,1\},0\leqq j\leqq s-1)$$

と表わすとき，セル<l,j>と横方向に結合するセル<l',j>のl'の2進表現は

$$l'=[l_{s-1}\cdots l_{j+1}\bar{l}_j l_{j-1}\cdots l_0] \qquad (4.4)$$

式(4.2)，(4.4)に従って結合される$n=4\cdot 2^4$セル超立方体環ネットワークに関して，これを格子空間上にレイアウトした一構成を図2に示す．この構成は，l,jがそれぞれ水平，垂直方向に増加する順にセルを並べたものである．セルの大きさに対して配線の幅が無視できないとき，レイアウトされたネットワークに対する格子点は次の3種類より成る：(1) セルの置かれている格子点．(2) 縦方向と横方向の結合線が交差している格子点．(3) 縦方向の結合線のみの格子点．(1),(2),(3)の格子点をそれぞれ固有セル，横結合線，セル余地（または単に余地）とよぶ.

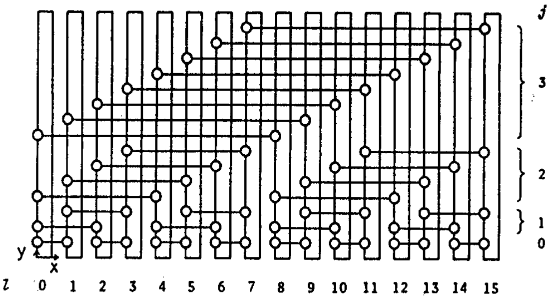

図2 超立方体環ネットワークの一構成($n=4\cdot 2^4$, s=4)

［補題3］セル数$n=s\cdot 2^s$をもつ図2の構成の超立方体環ネットワークに対する最小余地数σ_{min}は，

$$\sigma_{min}=\Theta(n/\log n) \qquad (4.5)\ \square$$

超立方体環ネットワークは，sセルより成る$L=2^s$個の循環をある規則に従って横方向に結合したものである．この循環に中間的冗長性を適用し，冗長システムを構成する.

［冗長設計1］(1) 各循環内の余地領域に冗長セルを置く．(2) 横結合線の占める領域にはセルを置かない．(3) 各循環に中間的冗長性を適用する．(4) 必要に応じて各循環ごとに領域外にO(1)だけセルを付け加えてよい．□

［補題4］$n=s\cdot 2^s$セルをもつ図2の構成の超立方体環ネットワークに冗長設計1を適用し，すべての余地領域を冗長セルで埋める．このとき，循環あたりの最小冗長度a_{min}は

$$a_{min}=\Theta(n/\log^2 n) \qquad (4.6)\ \square$$

冗長設計1に従って作られたネットワークの各循環にセル結合線を付加して，再構成可能な超立方体環ネットワークを構成する.

［定理1］結合線の幅を考慮するとき，図2の構成に冗長設計1を適用して得られる再構成可能な超立方体環ネットワークは，もとのnセルネットワークに比べて面積O(log n)倍，セル間の最大距離O(logn)倍である．□

［定理2］定理1の再構成可能な超立方体環ネットワークに関して，冗長度当たりの面積距離増加比は

$$AR\cdot dR^{\alpha}/a=O(\log^{3+\alpha}n/n) \qquad (4.7)$$

また，セル間距離と遅延時間の間に式(3.4)の関係があるとき，面積時間増加比は

$$AR\cdot dR^{\alpha}/a=O(\log^{3+\alpha\nu}n/n) \qquad (4.8)\ \square$$

補題2と定理2より，上記の再構成可能な超立方体環ネットワークは，冗長度当たりの面積距離増加比とシステム確率の両面で，局所的冗長構成よりも有利であるといえる.

謝辞　御討論頂く京都大学矢島脩三教授並びに矢島研究室の皆様に感謝します.

文献 (1)T.Leighton and C.E.Leiserson:" Wafer-scale integration of systoric arrays", IEEE Trans. Comput., Vol.C-34, No.5, pp.448-461 (1985). (2)J.W.Greene and A.El Gamal:"Configuration of VLSI arrays in the presence of defects", J. ACM, Vol.31, No.4, pp.694-717 (1984). (3) F.P.Preparata and J.Vuillemin : "The cube-connected cycles: a versatile network for parallel computation", Comm. ACM, Vol.24, No.5, pp.300-309(1981). (4)渋沢:中間的冗長性を用いた超立方体環(CCC)ネットワークの一再構成法，信学技報，COMP86-23(1986). (5) G.Bilardi, M.Pracchi, and F.P.Preparata : "A critique and an appraisal of VLSI models of computation", in VLSI Systems and Computations, Springer-Verlag(1981).